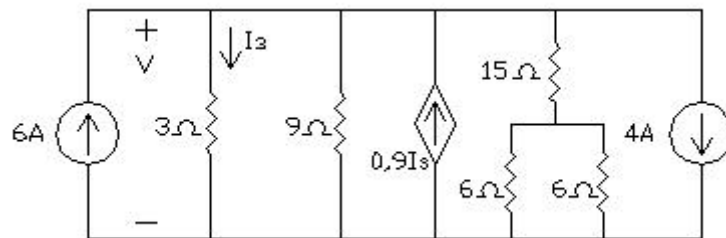


### 3. PEMODELAN PADA RANGKAIAN LISTRIK DENGAN METODE BONDGRAPH

#### 3.1. Rangkaian R

##### 3.1.1. DC, Sumber Bebas, Sumber Tak Bebas



Gambar 3.1. Contoh rangkaian sederhana

Sumber: Hayt, Kemmerly, Saliban, *Rangkaian Listrik Jilid 1*, 1982, hal. 54.

Penyederhanaan rangkaian diatas:

Sumber arus bebas:

$$I = 6 \text{ (ke arah atas)} - 4 \text{ (ke arah bawah)}$$

$$I = 2 \text{ A (ke arah atas)}$$

Paralel:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

$$R_p = 3 \Omega$$

Seri:

$$R_s = R_p + 15$$

$$R_s = 3 + 15$$

$$R_s = 18 \Omega$$

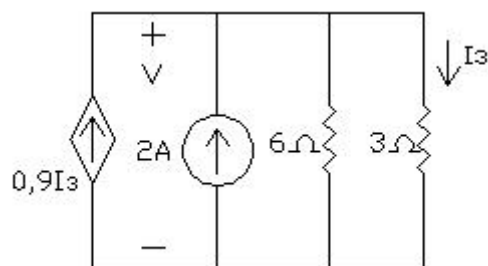
Paralel:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_s} + \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9}$$

$$R_p = 6 \Omega$$

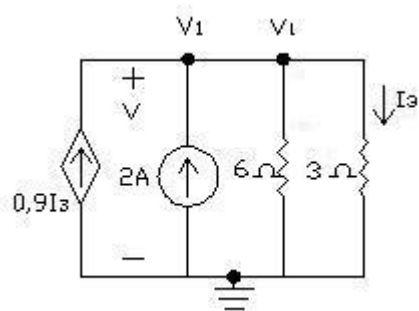
Berikut rangkaian yang lebih sederhana:



Gambar 3.2. Rangkaian yang telah disederhanakan

### 3.1.1.1. Node (KCL)

Berikut adalah penyelesaian rangkaian diatas dengan Kirchhoff Current Law atau sering disebut sebagai Analisa Node.



Gambar 3.3. Contoh rangkaian sederhana (Node – KCL)

Ditanyakan  $I_3$  (Arus yang mengalir pada  $R = 3 \Omega$ ) ?

Penyelesaian dari rangkaian diatas sebagai berikut:

$$0.9I_3 + 2 - I_3 - \frac{V}{6} = 0 \quad (3.1)$$

$$V_1 = V = I_3 \cdot 3 \quad (3.2)$$

Substitusi (3.2) ke (3.1):

$$0.9I_3 + 2 - I_3 - \frac{3I_3}{6} = 0$$

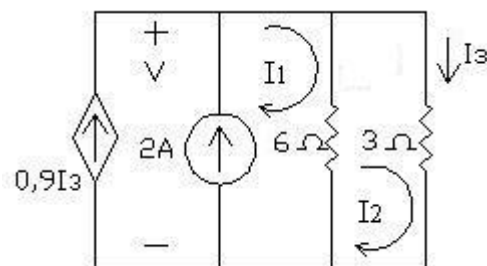
$$\left( \frac{9}{10} - \frac{10}{10} - \frac{5}{10} \right) I_3 = 2$$

$$-\frac{6}{10} I_3 = 2$$

$$I_3 = \frac{10}{3} \text{ A} \quad (3.3)$$

### 3.1.1.2. Mesh (KVL)

Berikut adalah penyelesaian rangkaian diatas dengan Kirchhoff Voltage Law atau sering disebut sebagai Analisa Mesh.



Gambar 3.4. Contoh rangkaian sederhana (Mesh – KVL)

Ditanyakan  $I_3$  (Arus yang mengalir pada  $R = 3 \Omega$ ) ?

Penyelesaian dari rangkaian diatas sebagai berikut:

$$I_3 = I_2 \quad (3.5)$$

$$I_1 = 2 + 0.9I_3 \quad (3.6)$$

$$3I_2 + 6I_2 - 6I_1 = 0 \quad (3.7)$$

Substitusi (3.6) ke (3.7):

$$\begin{aligned} 3I_2 + 6I_2 - 6I_1 &= 0 \\ 9I_2 - 6(2 + 0.9I_3) &= 0 \\ 9I_2 - 12 - 5.4I_3 &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Substitusi (3.5) ke (3.8):

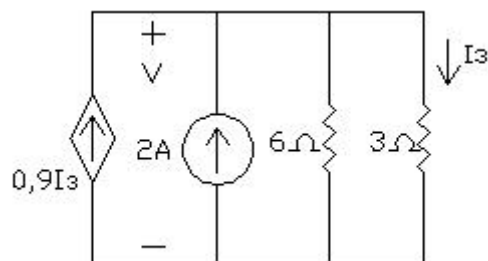
$$\begin{aligned} 9I_2 - 12 - 5.4I_3 &= 0 \\ 9I_2 - 12 - 5.4I_2 &= 0 \\ 3.6I_2 &= 12 \\ I_2 &= \frac{12}{3.6} \\ I_2 &= \frac{10}{3} \\ I_3 &= \frac{10}{3} \text{ A} \end{aligned} \quad (3.9)$$

### 3.1.1.3. Superposisi

Rangkaian diatas tidak dapat diselesaikan dengan metode superposisi, karena untuk menggunakan metode superposisi dibutuhkan minimal 2 sumber bebas (sumber arus/sumber tegangan). Sebagai pembanding yang lain, rangkaian diatas akan diselesaikan dengan metode Thevenin dan metode Norton, seperti dibawah.

### 3.1.1.4. Thevenin

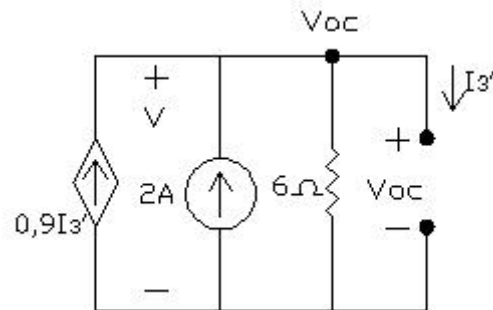
Berikut adalah penyelesaian rangkaian diatas dengan metode Thevenin.



Gambar 3.5. Contoh rangkaian sederhana (Thevenin)

Ditanyakan  $I_3$  (Arus yang mengalir pada  $R = 3 \Omega$ ) ?

Penyelesaian dari rangkaian diatas sebagai berikut:



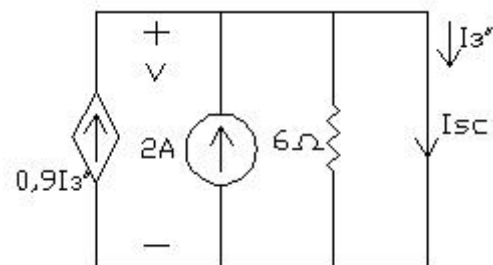
Gambar 3.6. Thevenin – menentukan Voc

$$I_3' = 0 \text{ maka } 0,9I_3' = 0$$

$$\frac{V_{oc}}{6} = 0,9I_3' + 2$$

$$\frac{V_{oc}}{6} = 2$$

$$V_{oc} = 12 \text{ Volt} \quad (3.10)$$



Gambar 3.7. Thevenin – menentukan Isc

$$I_{sc} = I_3'' = 2 + 0,9I_3''$$

$$(1 - 0,9)I_3'' = 2$$

$$0,1I_3'' = 2$$

$$I_3'' = 20 \text{ A}$$

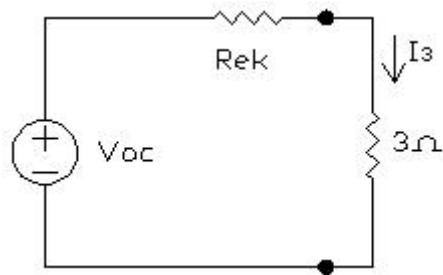
$$I_{sc} = I_3'' = 20 \text{ A}$$

$$R_{ek} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}$$

$$R_{ek} = \frac{12}{20}$$

$$R_{ek} = \frac{3}{5} \Omega \quad (3.11)$$

Rangkaian pengganti Thevenin:



Gambar 3.8. Thevenin – rangkaian pengganti Thevenin

Penyederhanaan rangkaian diatas:

Seri:

$$R_s = R_{ek} + 3$$

$$R_s = \frac{3}{5} + \frac{15}{5}$$

$$R_s = \frac{18}{5} \Omega$$

Dengan menggunakan persamaan (3.10), (3.11) dan Hukum Ohm:

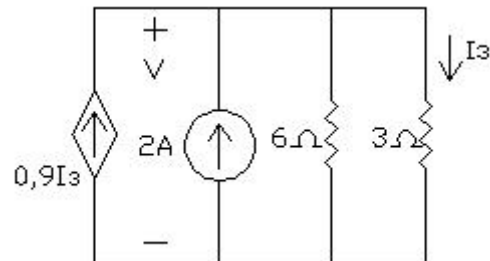
$$V_{oc} = \frac{18}{5} \cdot I_3$$

$$I_3 = 12 \cdot \frac{5}{18}$$

$$I_3 = \frac{10}{3} A$$

## 3.1.1.5. Norton

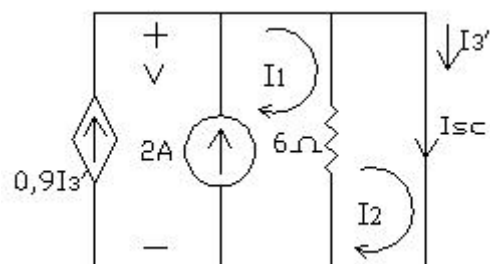
Berikut adalah penyelesaian rangkaian diatas dengan metode Norton.



Gambar 3.9. Contoh rangkaian sederhana (Norton)

Ditanyakan  $I_3$  (Arus yang mengalir pada  $R = 3 \Omega$ ) ?

Penyelesaian dari rangkaian diatas sebagai berikut:



Gambar 3.10. Norton – menentukan Isc

$$I_{sc} = I_3' = 2 + 0.9I_3'$$

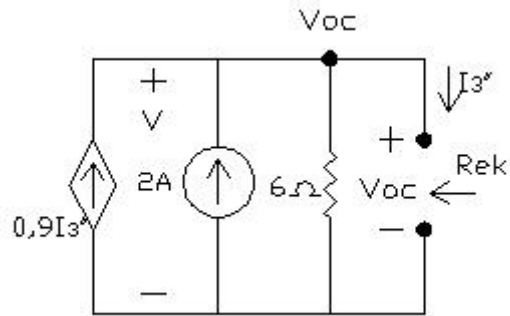
$$(1 - 0.9)I_3' = 2$$

$$0.1I_3' = 2$$

$$I_3' = 20 \text{ A}$$

$$I_{sc} = I_3' = 20 \text{ A}$$

(3.12)



Gambar 3.11. Norton – menentukan Rek

$$I_3 = 0 \text{ maka } 0.9I_3 = 0$$

$$\frac{V_{oc}}{6} = 0.9I_3 + 2$$

$$\frac{V_{oc}}{6} = 2$$

$$V_{oc} = 12 \text{ Volt}$$

$$R_{ek} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}$$

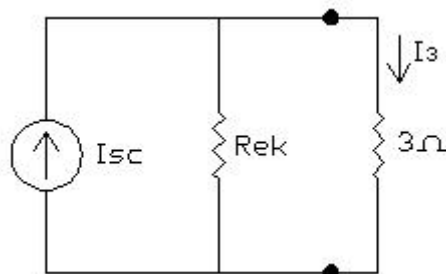
$$R_{ek} = \frac{12}{20}$$

$$R_{ek} = \frac{3}{5} \Omega$$

$$R_{ek} = \frac{3}{5} \Omega$$

(3.13)

Rangkaian pengganti Norton:



Gambar 3.12. Norton – rangkaian pengganti Norton

Dengan menggunakan persamaan (3.12), (3.13) dan persamaan pembagi arus:

$$I_3 = \frac{R_{ek}}{R_{ek} + 3} I_{sc}$$

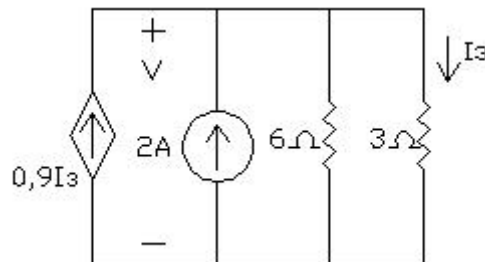
$$I_3 = \frac{3/5}{18/5} \cdot 20$$

$$I_3 = \frac{20}{6}$$

$$I_3 = \frac{10}{3} \text{ A}$$

### 3.1.1.6. Bondgraph

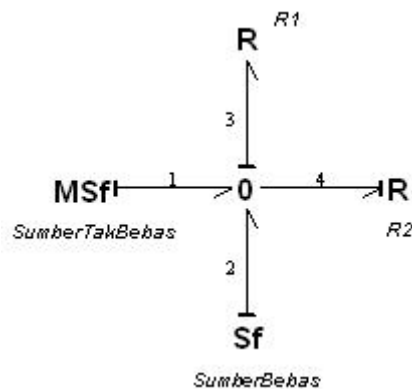
Berikut penyelesaian rangkaian diatas dengan metode *bondgraph*.



Gambar 3.13. Contoh rangkaian sederhana (*bondgraph*)

Untuk memodelkan sumber arus tak bebas dalam bondgraph digunakan *MSf*.

Dengan menggunakan prosedur *bondgraph* dan prosedur *causality* didapat:



Gambar 3.14. Pemodelan bondgraph awal

Keterangan gambar 3.14.:

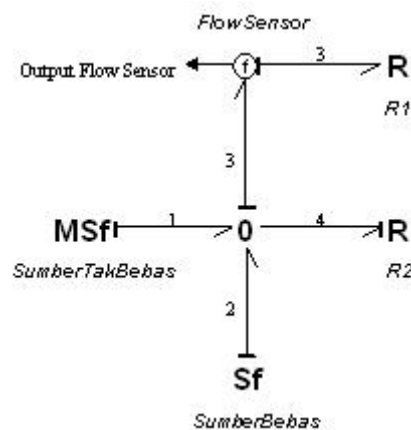
$MSf$  belum di – setting

$$Sf = 2 A$$

$$R_1 = 3 \Omega$$

$$R_2 = 6 \Omega$$

Pada rangkaian listrik terdapat  $I_3$  pada  $R_1$ , sedangkan pada *bondgraph*  $I_3$  pada  $R_1$  adalah  $f_3$  pada *bond* 3. Untuk mendapatkan  $f_3$  pada *bond* 3, dibutuhkan suatu sensor yang dapat membaca besaran  $f_3$ , sensor ini adalah *flow* sensor. *Flow* sensor tersebut disisipkan pada *bond* 3. *Flow* sensor telah terdapat didalam *library software* 20-sim 3.3 Pro<sup>TM</sup>. Setelah menyisipkan *flow* sensor pada *bond* 3, didapat:

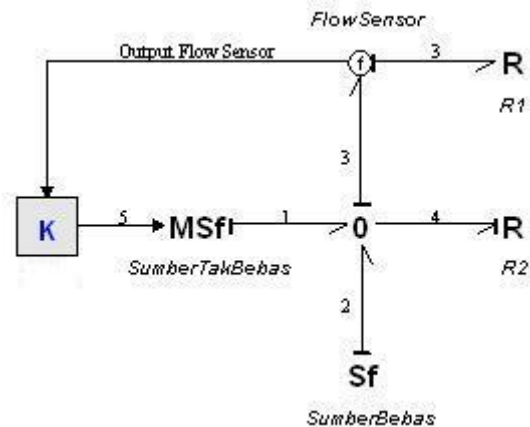


Gambar 3.15. Menyisipkan *flow* sensor pada *bond* 3

Keterangan gambar 3.15.:

*Output flow sensor* berupa  $f_3$  pada *bond* 3

Pada rangkaian listrik terdapat sumber arus tak bebas sebesar  $0.9 I_3$ , dari gambar 3.15. telah didapat  $I_3$ , kemudian untuk memodelkan konstanta 0.9 dalam *bondgraph* digunakan *gain*. *Gain* telah terdapat didalam *library software* 20-sim 3.3 Pro<sup>TM</sup>. Setelah menghubungkan output *flow* sensor dengan *gain*, didapat:



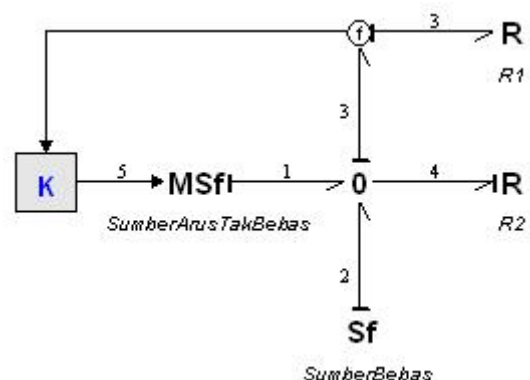
Gambar 3.16. Menghubungkan *gain* dengan *flow sensor* dan *MSf*

Keterangan gambar 3.16.:

*Gain di – setting 0.9*

Setelah menghubungkan output *flow sensor* dengan *gain*, selanjutnya menghubungkan *gain* dengan *MSf*. Sampai tahap ini sumber arus tak bebas telah dimodelkan dalam bondgraph, dengan bantuan *flow sensor*, *gain*, dan *MSf*. Sebenarnya pada garis 5 telah didapat besaran  $0.9 I_3$ , *MSf* masih dibutuhkan karena secara teknik *gain* tidak dapat langsung dihubungkan ke 0-*junction*.

Pada contoh rangkaian ini ditanyakan  $I_3$  (Arus yang mengalir pada  $R = 3 \Omega$ ). Berikut pemodelan akhir dari rangkaian diatas:



Gambar 3.17. Pemodelan *bondgraph* akhir

Secara perhitungan:

Didapat persamaan sebagai berikut:

$$Msf : f_1 = f_1(t)$$

$$Sf : f_2 = f_2(t)$$

$$0 : f_3 = f_1 + f_2 - f_4 \quad , \quad e_1 = e_3 \quad , \quad e_2 = e_3 \quad , \quad e_4 = e_3$$

$$R_1 : e_3 = R_1 \cdot f_3$$

$$R_2 : e_4 = R_2 \cdot f_4$$

Penyelesaiannya sebagai berikut:

Ditanyakan  $I_3$  (Arus yang mengalir pada  $R = 3 \Omega$ ), pada bondgraph  $I_3$  pada

$R = 3 \Omega$  adalah  $f_3$ :

$$f_3 = f_1 + f_2 - f_4$$

$$f_3 = 0.9f_3 + f_2 - \frac{e_4}{R_2}$$

$$f_3 = 0.9f_3 + f_2 - \frac{e_3}{R_2}$$

$$f_3 = 0.9f_3 + f_2 - \frac{R_1 \cdot f_3}{R_2}$$

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2} - 0.9\right)f_3 = f_2$$

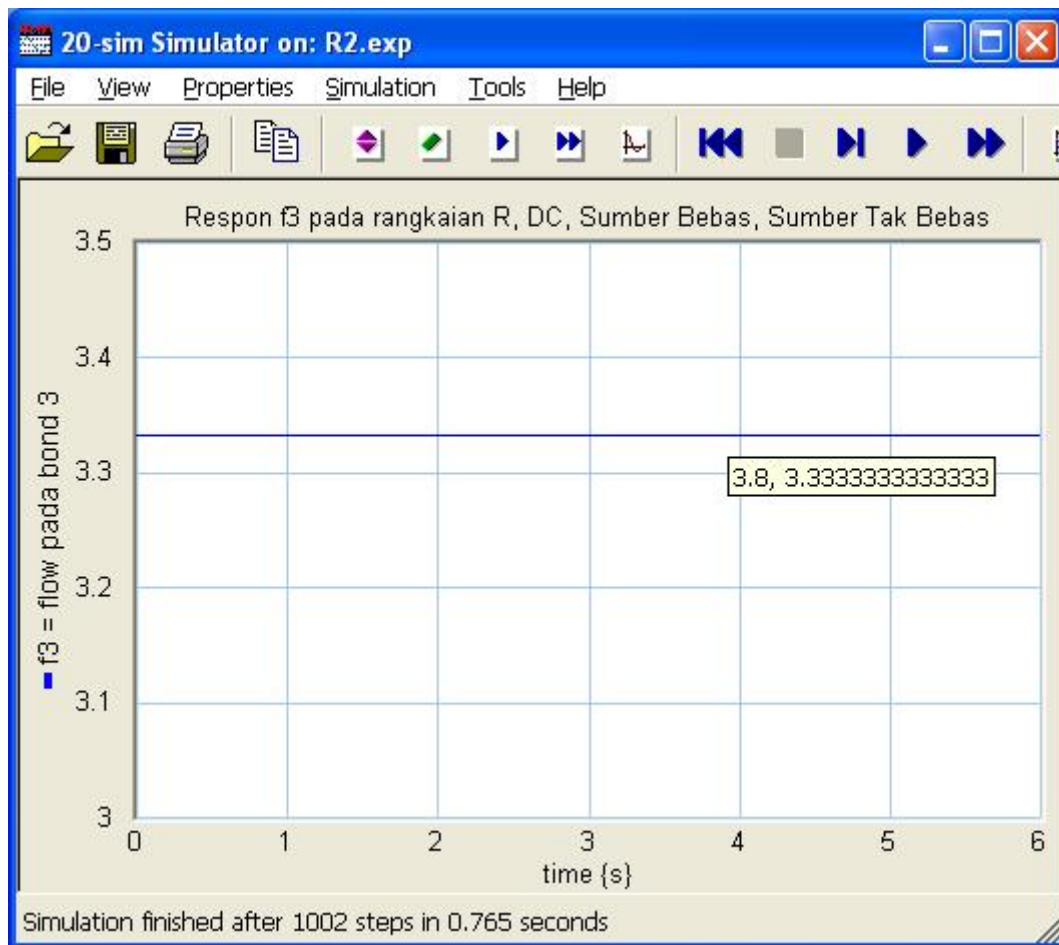
$$f_3 = \frac{f_2}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} - 0.9\right)}$$

$$f_3 = \frac{2}{\left(1 + \frac{3}{6} - 0.9\right)}$$

$$f_3 = \frac{2}{\frac{3}{5}}$$

$$f_3 = \frac{10}{3} \text{ A}$$

Secara simulasi grafik 20-sim 3.3 Pro™:

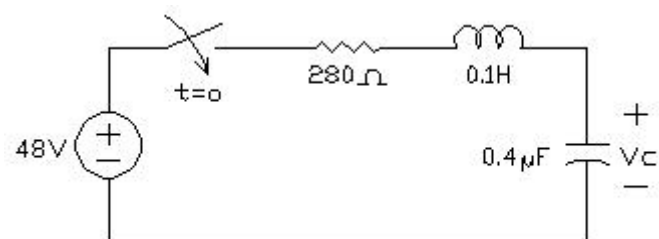


Gambar 3.18. Respon akhir *bondgraph* pada rangkaian DC, Sumber Bebas, Sumber Tak Bebas

## 3.2. Rangkaian RLC

### 3.2.1. DC, Sumber Bebas, *Transient, Steady State*

#### 3.2.1.1. Rangkaian Listrik



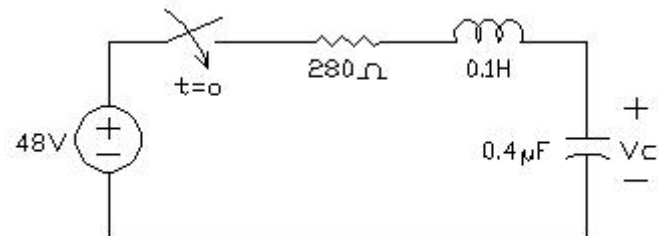
Gambar 3.19. Contoh rangkaian RLC sederhana

Sumber: Nilsson, Riedel, *Electric Circuit*, 2002, hal 351, soal 9.12.

Ditanyakan  $V_C(t)$  saat  $t \geq 0$  ?

Penyelesaian dari rangkaian diatas sebagai berikut:

Saat  $t = 0^-$  :

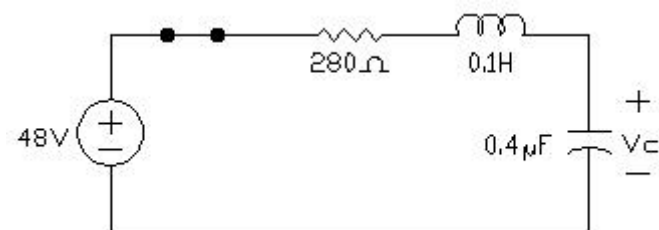


Gambar 3.20. Rangkaian saat  $t = 0^-$

$$V_C(0^-) = 0$$

$$I_L(0^-) = 0$$

Saat  $t \geq 0$  :



Gambar 3.21. Rangkaian saat  $t \geq 0$

$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\alpha = \frac{280 \cdot 10}{2 \cdot 1}$$

$$\omega_0^2 = \frac{10 \cdot 10^7}{1 \cdot 4}$$

$$\alpha = 1400$$

$$\omega_0^2 = \frac{10^8}{4}$$

$$\alpha^2 = 196 \cdot 10^4 < \omega_0^2 = 2500 \cdot 10^4 \quad (\text{Under Damped})$$

Mencari  $\omega_d$  :

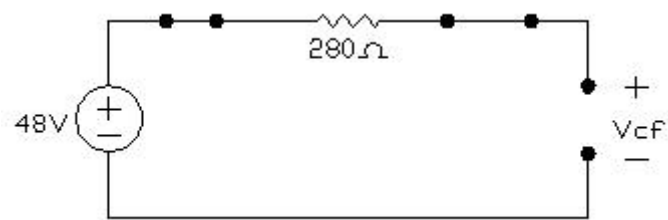
$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$$\omega_d = 10^2 \sqrt{2500 - 196}$$

$$\omega_d = 10^2 \sqrt{2304}$$

$$\omega_d = 4800$$

Saat  $t = \infty$  :



Gambar 3.22. Rangkaian saat  $t = \infty$

$$V_{c_f} = 48 V$$

Mencari  $B_1$  :

$$V_n = e^{-\alpha t} [B_1 \cos \omega_d t + B_2 \sin \omega_d t]$$

$$V_n(0) = B_1$$

$$V_c(t) = V_{c_n} + V_{c_f}$$

$$V_c(0) = 0 = B_1 + 48$$

$$B_1 = -48$$

Mencari  $B_2$  :

$$\begin{aligned}\frac{dV_n}{dt} &= e^{-\alpha t} [B_1 \cos \omega_d t + B_2 \sin \omega_d t] + e^{-\alpha t} [-\omega_d B_1 \sin \omega_d t + \omega_d B_2 \cos \omega_d t] \\ \frac{dV_n(0)}{dt} &= \omega_d B_2 - \alpha B_1 \\ -\frac{V(0)}{RC} - \frac{I(0)}{C} &= \omega_d B_2 - \alpha B_1 \\ 0 &= 4800 B_2 + 1400 \cdot 48 \\ B_2 &= -\frac{1400 \cdot 48}{4800} \\ B_2 &= -14\end{aligned}$$

Jadi:

$$V_{C_n} = e^{-1400t} [-48 \cdot \cos 4800t - 14 \cdot \sin 4800t] V$$

Maka:

$$V_C(t) = V_{C_n} + V_{C_f}$$

$$V_C(t) = e^{-1400t} [-48 \cdot \cos 4800t - 14 \cdot \sin 4800t] + 48 V$$

Secara analitis:

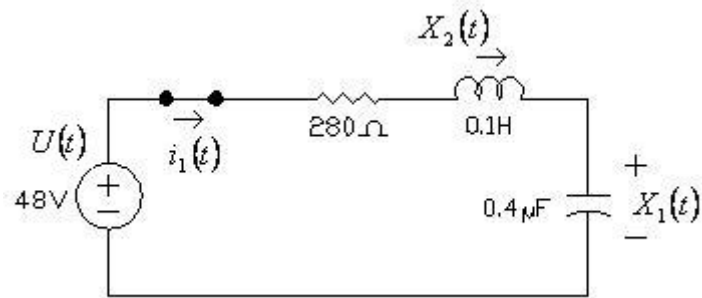
KVL :

$$V_L + V_C + V_R = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt - V_0 + R \cdot i = 0$$

Differential terhadap t, maka kita dapatkan satu persamaan differential orde dua:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{C} - 0 + R \frac{di}{dt} = 0$$



Gambar 3.23. Rangkaian dengan dua state  $X_1(t)$  dan  $X_2(t)$

Keterangan gambar 3.23.:

$$X_1(t) = V_C$$

$$X_2(t) = I_L$$

$$U(t) = V$$

Memecah satu persamaan differential orde dua menjadi dua persamaan differential orde satu:

KVL:

$$U(t) = X_1(t) + R \cdot i_1(t) + L \dot{X}_2(t)$$

$$U(t) = X_1(t) + R \cdot X_2(t) + L \dot{X}_2(t)$$

$$L \dot{X}_2(t) = U(t) - X_1(t) - R \cdot X_2(t)$$

$$\dot{X}_2(t) = \frac{1}{L}U(t) - \frac{1}{L}X_1(t) - \frac{R}{L} \cdot X_2(t)$$

RLC seri  $\rightarrow$  arus sama:

$$X_2(t) = C \dot{X}_1(t)$$

$$\dot{X}_1(t) = \frac{1}{C} X_2(t)$$

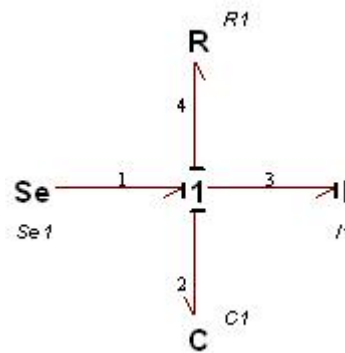
Dalam matriks:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}}_{\text{Matriks State}} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}}_{\text{Matriks Input}} U(t)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_C}{dt} \\ \frac{dI_L}{dt} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}}_{\text{Matriks State}} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}}_{\text{Matriks Input}} V$$

### 3.2.1.2. Bondgraph

Berikut penyelesaian rangkaian diatas dengan metode *bondgraph*. Pada saat sebelum saklar berubah hanya terbentuk rangkaian terbuka yang tidak memiliki harga awal, jadi bondgraph mengerjakannya langsung pada saat sesudah saklar berubah. Dengan menggunakan prosedur *bondgraph* dan prosedur *causality* didapat:



Gambar 3.24. Pemodelan *bondgraph* awal

Secara perhitungan:

Didapat persamaan sebagai berikut:

$$Se : e_1 = e(t)$$

$$C : \frac{de_2}{dt} = \frac{1}{C} f_2$$

$$I : \frac{df_3}{dt} = \frac{1}{I} e_3$$

$$1 : e_3 = e_1 - e_2 - e_4 \quad , \quad f_1 = f_3 \quad , \quad f_2 = f_3 \quad , \quad f_4 = f_3$$

$$R : e_4 = R \cdot f_4$$

Penyelesaiannya sebagai berikut :

$$\frac{de_2}{dt} = \frac{1}{C} f_2$$

$$\frac{de_2}{dt} = \frac{1}{C} f_3$$

$$\frac{df_3}{dt} = \frac{1}{I} e_3$$

$$\frac{df_3}{dt} = \frac{1}{I} (e_1 - e_2 - e_4)$$

$$\frac{df_3}{dt} = \frac{1}{I} (e_1 - e_2 - (R \cdot f_4))$$

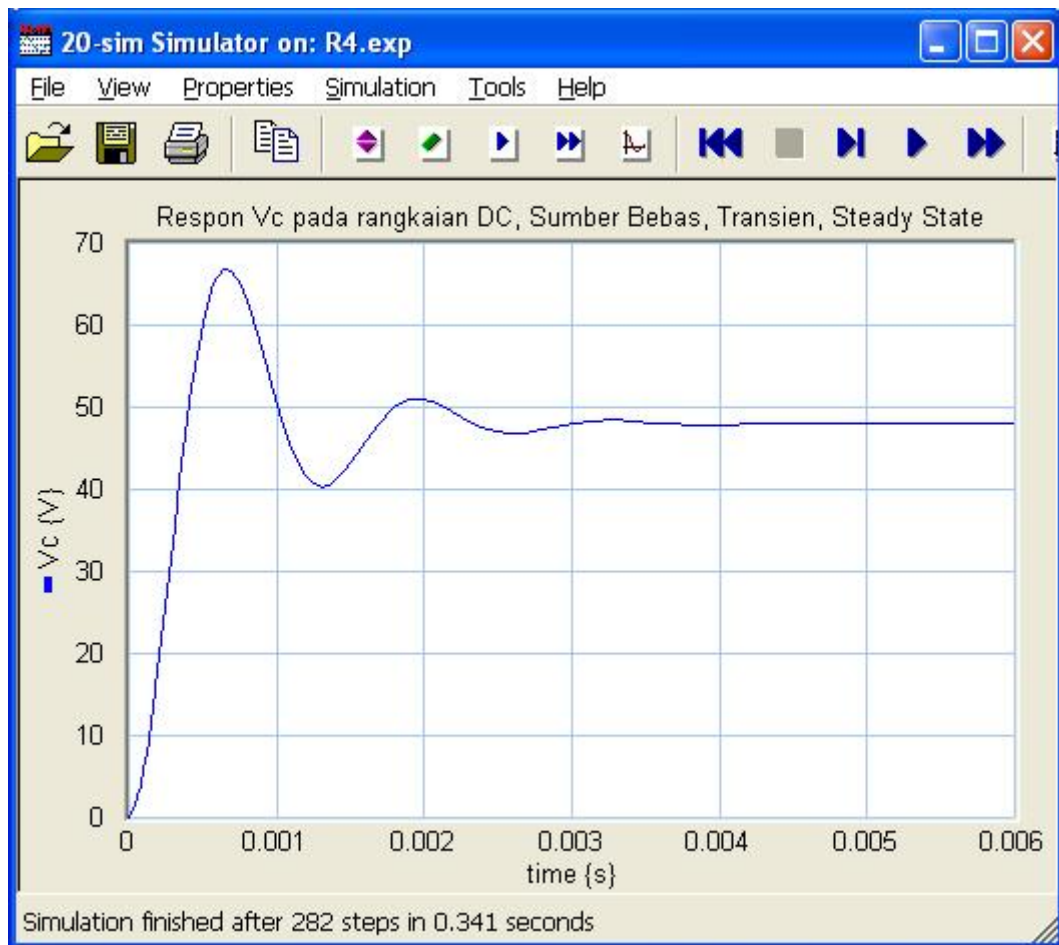
$$\frac{df_3}{dt} = \frac{1}{I} (e_1 - e_2 - (R \cdot f_3))$$

$$\frac{df_3}{dt} = \frac{1}{I} e_1 - \frac{1}{I} e_2 - \frac{R}{I} f_3$$

Matriks:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_2 \\ \dot{f}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{I} & -\frac{R}{I} \end{bmatrix}}_{\text{Matriks STATE}} \begin{bmatrix} e_2 \\ f_3 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I} \end{bmatrix}}_{\text{Matriks INPUT}} e_1(t)$$

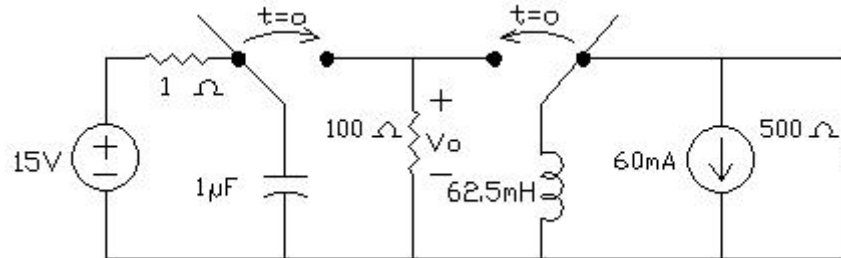
Secara simulasi grafik 20-sim 3.3 Pro™:



Gambar 3.25. Respon akhir *bondgraph* pada rangkaian DC, Sumber Bebas, *Transient, Steady State*

### 3.2.2. DC, Tanpa Sumber, *Transient, Steady State*

#### 3.2.2.1. Rangkaian Listrik



Gambar 3.26. Contoh rangkaian RLC tanpa sumber

Sumber: James W. Nilsson, Susan A. Riedel, *Electric Circuit (7<sup>th</sup> ed.)*, 2005, hal. 372

Keterangan gambar 3.26.:

$$R_1 = 1 \Omega$$

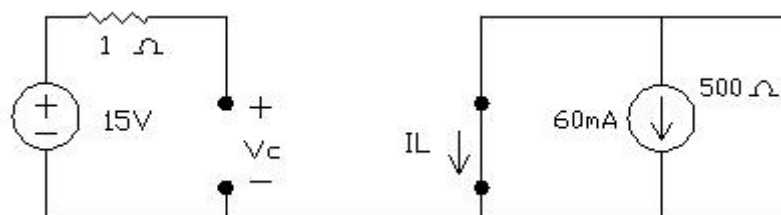
$$R_2 = 100 \Omega$$

$$R_3 = 500 \Omega$$

Ditanyakan  $V_o$  saat  $t \geq 0$  ?

Penyelesaian dari rangkaian diatas sebagai berikut:

Saat  $t = 0^-$  :

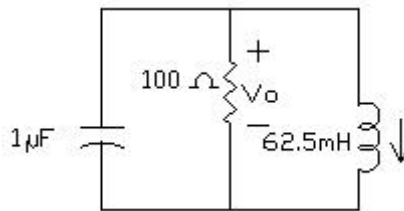


Gambar 3.27. Rangkaian saat  $t = 0^-$

$$V_c(0^-) = 15 V$$

$$I_L(0^-) = -60 mA$$

Saat  $t \geq 0$  :



Gambar 3.28. Rangkaian saat  $t \geq 0$

$$\alpha = \frac{1}{2RC} \qquad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\alpha = \frac{10^6}{2 \cdot 100 \cdot 1} \qquad \omega_0^2 = \frac{10^4 \cdot 10^6}{625 \cdot 1}$$

$$\alpha = 5000 \qquad \omega_0^2 = 16 \cdot 10^6$$

$$\alpha^2 = 25 \cdot 10^6 > \omega_0^2 = 16 \cdot 10^6 \quad (\text{Over Damped})$$

Mencari  $S_1$  dan  $S_2$  :

$$S_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$S_1 = -5000 + \sqrt{10^6 \cdot (25 - 16)}$$

$$S_1 = -5000 + \sqrt{9 \cdot 10^6}$$

$$S_1 = -2000$$

dan

$$S_2 = -5000 - \sqrt{9 \cdot 10^6}$$

$$S_2 = -8000$$

Mencari  $A_1$  dan  $A_2$  :

$$V_n = A_1 e^{S_1 t} + A_2 e^{S_2 t}$$

$$t = 0 \rightarrow V_n = A_1 + A_2$$

$$15 = A_1 + A_2 \qquad (3.14)$$

$$V_n = A_1 e^{-2000t} + A_2 e^{-8000t}$$

$$\frac{dV_n}{dt} = -2000 \cdot A_1 e^{-2000t} - 8000 \cdot A_2 e^{-8000t}$$

$$\frac{dV_n(0)}{dt} = -2000A_1 - 8000A_2$$

KCL:

$$\frac{1}{L} \int_0^t V dt + i_{(0)} + \frac{V}{R} + C \frac{dv}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{L} \int_0^t V_0 dt + i_{(0)} + \frac{V_0}{R} + C \frac{dv_{(0)}}{dt} = 0$$

$$0 + i_{(0)} + \frac{V_{(0)}}{R} + C \frac{dv_{(0)}}{dt} = 0$$

$$C \frac{dv_{(0)}}{dt} = -i_{(0)} - \frac{V_{(0)}}{R}$$

$$\frac{dv_{(0)}}{dt} = -\frac{i_{(0)}}{C} - \frac{V_{(0)}}{CR}$$

Jadi:

$$-\frac{i_{(0)}}{C} - \frac{V_{(0)}}{RC} = -2000A_1 - 8000A_2$$

$$-\frac{(-60 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6)}{1} - \frac{15 \cdot 10^6}{100 \cdot 1} = -2000A_1 - 8000A_2$$

$$-15 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^4 = -2000A_1 - 8000A_2$$

$$-9 \cdot 10^4 = -2000A_1 - 8000A_2 \quad (3.15)$$

Eliminasi (3.14) dan (3.15) :

$$2000A_1 + 8000A_2 = 9 \cdot 10^4$$

$$\frac{A_1 + A_2 = 15}{-} \quad - (\times 2000)$$

$$2000A_1 + 8000A_2 = 9 \cdot 10^4$$

$$\frac{2000A_1 + 2000A_2 = 3 \cdot 10^4}{-}$$

$$6000A_2 = 6 \cdot 10^4$$

$$A_2 = 10 \quad (3.16)$$

Substitusi (3.16) ke (3.14) :

$$A_1 + 10 = 15$$

$$A_1 = 5$$

Maka:

$$V_0(t) = 5e^{-2000t} + 10e^{-8000t} \text{ V}$$

Secara analitis:

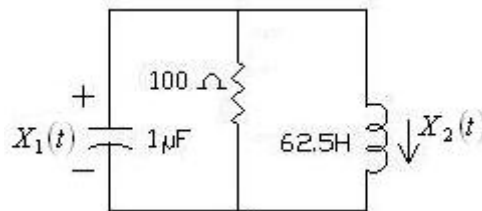
KCL:

$$i_L + i_C + i_R = 0$$

$$\frac{1}{L} \int V dt + i_{(0)} + C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} = 0$$

Differential terhadap t, maka kita dapatkan satu persamaan differential orde dua:

$$\frac{V}{L} + 0 + C \frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{dV}{dt} = 0$$



Gambar 2.29. Rangkaian dengan dua state  $X_1(t)$  dan  $X_2(t)$

Keterangan gambar 2.29.:

$$X_1(t) = V_C$$

$$X_2(t) = I_L$$

Memecah satu persamaan differential orde dua menjadi dua persamaan differential orde satu:

KCL:

$$I_{R_2} + I_C + I_L = 0$$

$$\frac{X_1(t)}{R_2} + C \dot{X}_1(t) + X_2(t) = 0$$

$$C \dot{X}_1(t) = -\frac{X_1(t)}{R_2} - X_2(t) = 0$$

$$\dot{X}_1(t) = -\frac{1}{CR_2} X_1(t) - \frac{1}{C} X_2(t)$$

RLC paralel  $\rightarrow$  tegangan sama:

$$X_1(t) = L \dot{X}_2(t)$$

$$\dot{X}_2(t) = \frac{1}{L} X_1(t)$$

Matriks:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{CR_2} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Matriks STATE}} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_C}{dt} \\ \frac{dI_L}{dt} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{CR_2} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Matriks STATE}} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix}$$

### 3.2.2.2. Bondgraph

Berikut penyelesaian rangkaian diatas dengan metode *bondgraph*. Sama halnya dengan metode rangkaian listrik, metode *bondgraph* juga mencari nilai awal pada kedua *storage element*. Penyelesaian dengan metode rangkaian listrik menggunakan kondisi rangkaian  $t = 0^-$  dan  $t \geq 0$ , sedangkan metode *bondgraph* menggunakan kondisi rangkaian saat sebelum saklar berubah dan saat sesudah saklar berubah. Berbeda dengan metode rangkaian listrik yang mencari nilai awal

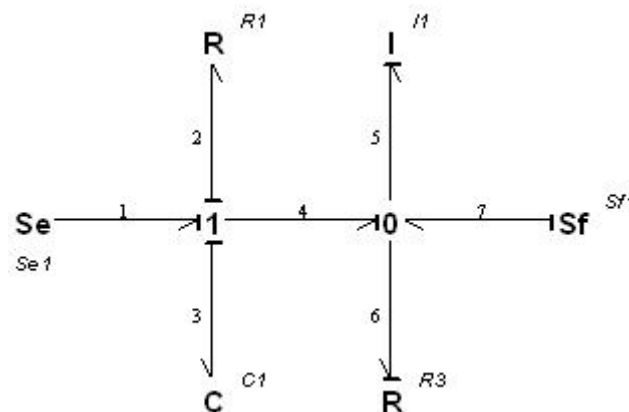
berupa tegangan untuk elemen kapasitor dan arus untuk elemen induktor, nilai awal yang dicari pada metode *bondgraph* adalah nilai *state C* dan nilai *state I* pada pemodelan sebelum saklar berubah. Pada 20-sim 3.3 Pro<sup>TM</sup> nilai *state C* didapat dari:

$$\begin{aligned} \text{state\_}C &= \text{int}(p \cdot f) \\ p \cdot e &= \frac{\text{state\_}C}{C} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Nilai *state I* didapat dari:

$$\begin{aligned} \text{state\_}I &= \text{int}(p \cdot e) \\ p \cdot f &= \frac{\text{state\_}I}{I} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Setelah penerapan prosedur *bondgraph* dan prosedur causality didapat pemodelan *bondgraph* untuk mencari nilai  $V_C$  dan  $I_L$  saat sebelum saklar berubah:



Gambar 3.30. Pemodelan *bondgraph* sebelum saklar berubah

Mencari nilai *state C*:

$$p \cdot e = \frac{\text{state\_}C}{C}$$

$$15 = \frac{\text{state\_}C}{1 \cdot 10^{-6}}$$

$$\text{state\_}C = 15 \cdot 10^{-6}$$

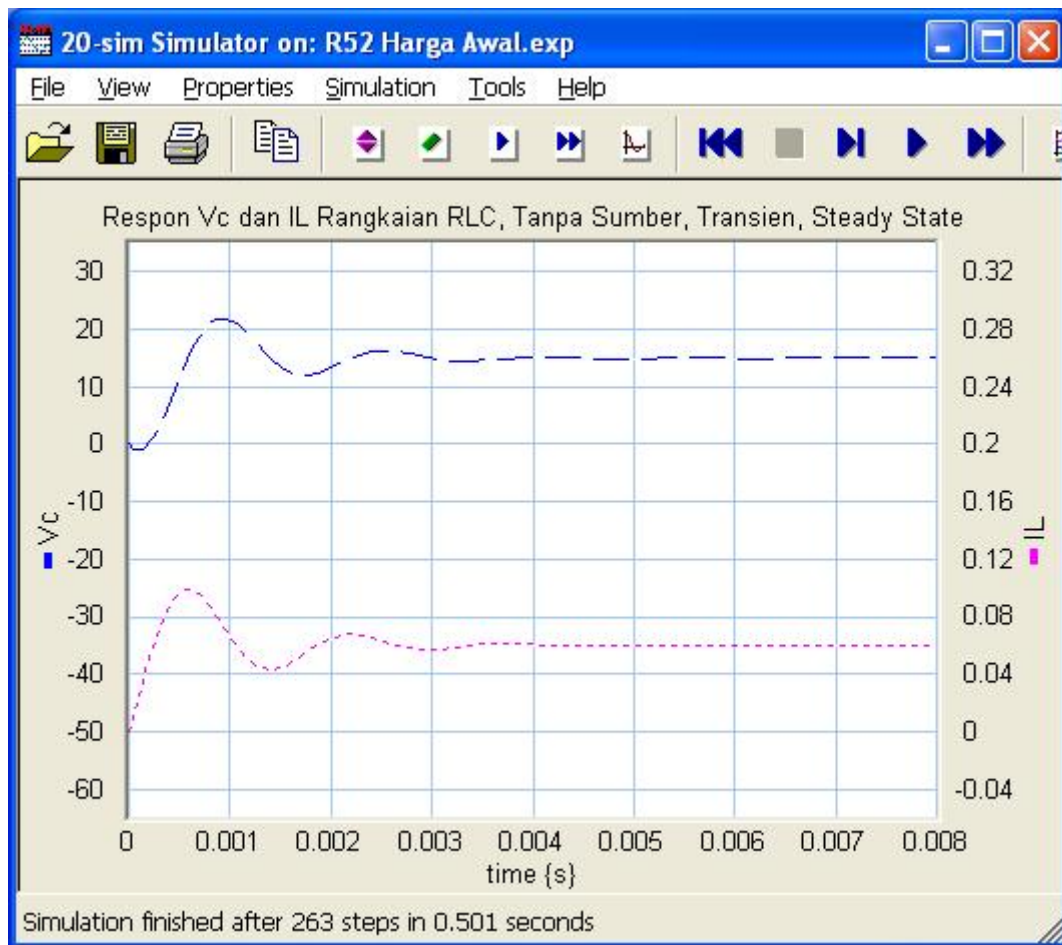
Mencari nilai *state I*:

$$p \cdot f = \frac{\text{state\_}I}{I}$$

$$-0.06 = \frac{\text{state\_}I}{62.5 \cdot 10^{-3}}$$

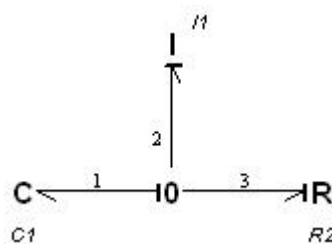
$$\text{state\_}I = -3750 \cdot 10^{-6}$$

Secara simulasi grafik 20-sim 3.3 Pro™:



Gambar 3.31. Respon awal *bondgraph* pada rangkaian RLC, Tanpa Sumber, *Transient, Steady State*

Untuk menyelesaikan permasalahan saat  $t \geq 0$ , berikut pemodelan untuk mendapatkan nilai akhir  $V_0$  (*nilai V pada  $R_2$* ).



Gambar 3.32. Pemodelan *bondgraph* sesudah saklar berubah

Keterangan gambar 3.32.:

*Nilai state yang didapat pada pemodelan saat sebelum saklar berubah dimasukkan ke initial value C dan initial value I pada pemodelan saat sesudah saklar berubah.*

Secara perhitungan:

Didapat persamaan sebagai berikut:

$$C : \frac{de_1}{dt} = \frac{1}{C} f_1$$

$$I : \frac{df_2}{dt} = \frac{1}{I} e_2$$

$$0 : f_1 = -f_2 - f_3 \quad , \quad e_2 = e_1 \quad , \quad e_3 = e_1$$

$$R_2 : e_3 = R_2 \cdot f_3$$

Penyelesaiannya sebagai berikut :

$$\frac{de_1}{dt} = \frac{1}{C} f_1$$

$$\frac{de_1}{dt} = \frac{1}{C} (-f_2 - f_3)$$

$$\frac{de_1}{dt} = \frac{1}{C} \left( -f_2 - \frac{e_3}{R_2} \right)$$

$$\frac{de_1}{dt} = \frac{1}{C} \left( -f_2 - \frac{e_1}{R_2} \right)$$

$$\frac{de_1}{dt} = -\frac{1}{CR_2} e_1 - \frac{1}{C} f_2$$

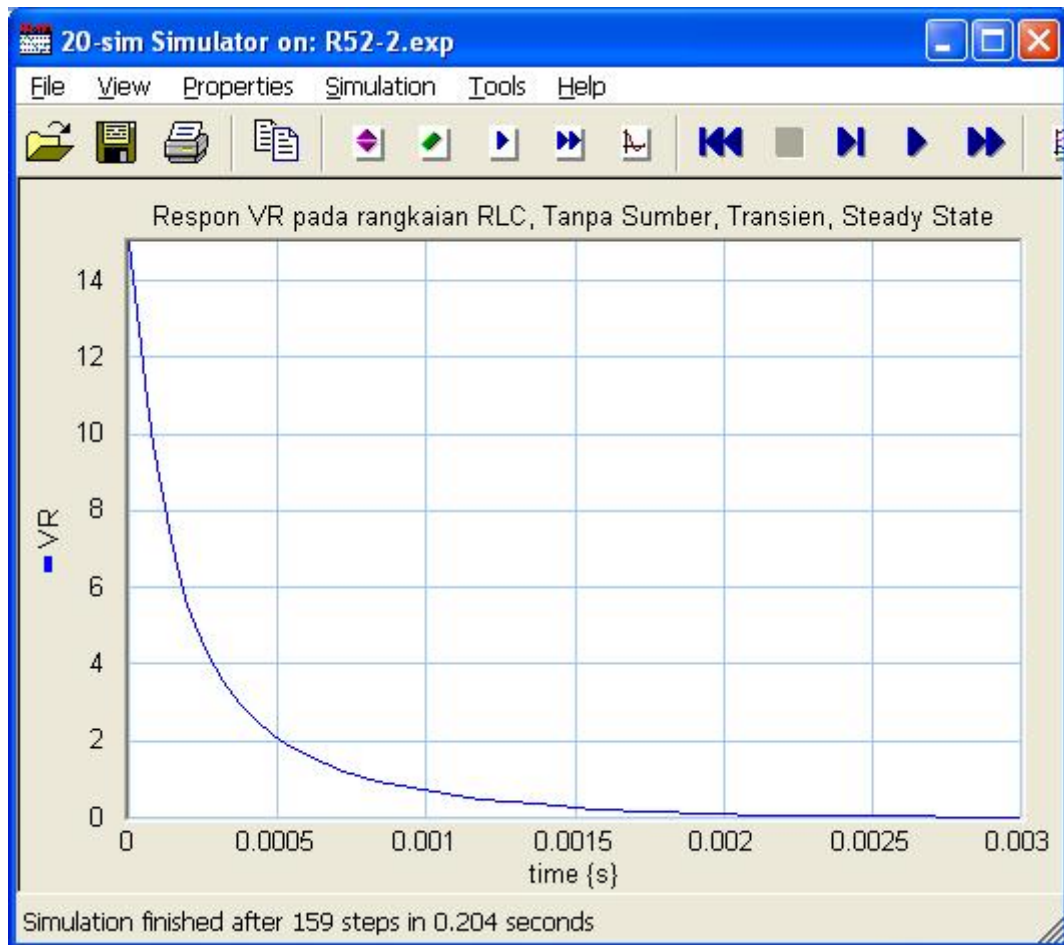
$$\frac{df_2}{dt} = \frac{1}{I} e_2$$

$$\frac{df_2}{dt} = \frac{1}{I} e_1$$

Matriks:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{f}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{CR_2} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{I} & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Matriks STATE}} \begin{bmatrix} e_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

Secara simulasi grafik 20-sim 3.3 Pro™:



Gambar 3.33. Respon akhir *bondgraph* pada rangkaian RLC, Tanpa Sumber, *Transient, Steady State*