MASTER INDEX BACK to TOC HELP

II. DASAR-DASAR PERUMUSAN PROGRAM LINIER

1. PENGERTIAN UMUM

Program linier adalah suatu cara untuk menyelesaikan suatu persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas diantara beberapa aktivitas yang kompetitif dengan cara yang terbaik dalam mencapai sasaran optimal yang mungkin dilakukan.

Persoalan pengalokasian ini akan muncul manakala seseorang harus memilih tingkat aktivitas-aktivitas tertentu yang ada dalam hal sumber daya untuk melaksanakan aktivitas-aktivitas tersebut.

Contoh persoalan pengalokasian produksi, penjadwalan produksi, pemilihan pola pengiriman, dll. Satu hal yang menjadi ciri dari situasi-situasi diatas, yaitu keharusan mengalokasikan sumber terhadap aktivitas-aktivitas.

Program linier merupakan suatu model matematika yang mengarah pada penyelesaian suatu masalah. Sifat linier di sini berarti fungsi matematika yang diperlukan pada model harus merupakan fungsi linier. Sedangkan kata program mengarah pada suatu perencanaan.

Jadi program linier merupakan suatu perencanaan aktifitas untuk mendapatkan hasil optimal dengan memperhatikan batasan-batasan yang harus dipenuhi.

Dalam masalah yang kami bahas mengenai persoalan pengalokasian jumlah penumpang yang ada diantara beberapa perusahaaan penerbangan yang ada.

Dengan mengadakan beberapa batasan-batasan, yaitu:

1. Jumlah pesawat/ jumlah perjalanan setiap hari.
2. Kapasitas pesawat.
3. Kesetimbangan diantara masing-masing perusahaan penerbangan (sosial).
4. Sifat tidak negatif.

Kami mencoba untuk mengoptimumkan jumlah penumpang dari pesawat yang berangkat jurusan Surabaya - Jakarta, dan sebaliknya, untuk masing-masing perusahaan penerbangan.

2. ASUMSI-ASUMSI PROGRAM LINIER

Asumsi-asumsi yang dipakai dalam pemecahan masalah dengan menggunakan program linier adalah:

1. Sebanding (Proportionality).
2. Tambah (Additivity).
3. Dapat dibagi (Divisibility).
4. Kepastian (Certainty).

2.1 Sebanding (Proportionality)

Variabel keputusan x_j, kontribusinya terhadap biaya atau keuntungan adalah $c_j x_j$, sedangkan kontribusinya terhadap pembatas ke i adalah $a_{ij}x_j$. Hal ini berarti bahwa bila x_j berlipat ganda, maka kontribusinya terhadap biaya dan setiap pembatas juga berlipat ganda.

Sebagai contoh : Jika $x_j = x_i$ adalah banyaknya

produk 1 yang dibuat dalam satu menit, maka keuntungannya untuk kegiatan ini adalah $3x_i$. Jika $x_j = 10\ x_i$ maka keuntungannya $30x_i$.

2.2 Tambah (Additivity)

Sifat tambah ini diperlukan untuk menghindari interaksi diantara masing-masing variabel keputusan, misalnya: $X_1 \times X_2$

Total penggunaan keuntungan dan total hasil pengukuran maksimum sama dengan jumlah dari masing-masing variabel keputusan dikalikan parameter yang diketahui.

Contoh : X_1 = Jumlah Produk 1

X_2 = Jumlah Produk 2

Keuntungan untuk masing-masing produk adalah Rp. 75,- dan Rp. 60,- , maka keuntungan maximum = $75.X_1 + 60.X_1$.

2.3 Dapat dibagi (Divisibility)

Asumsi dapat dibagi menunjukkan bahwa variabel keputusan dapat dibagi sampai pada nilai pecahan, sehingga nilai tidak bulat pada variabel keputusan diijinkan. Walaupun pada program linier sering-kali pemecahan dengan nilai bulat yang dibutuhkan, seperti jumlah penumpang, maka apabila dalam masalah didapat nilai tidak bulat akan dibulatkan pada nilai bulat yang terdekat.

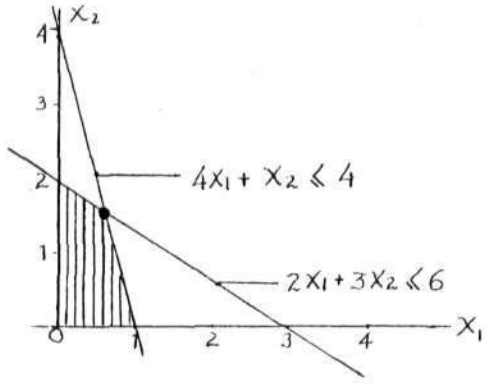
2.4 Kepastian (Certainty)

Asumsi ini menunjukkan bahwa semua parameter pada model program linier (a_{ij}, b_i, c_j) adalah bilangan konstan yang diketahui. Dalam masalah sehari-hari, asumsi ini diusahakan terpenuhi secara tepat. Pada model program linier biasanya diformulasikan dengan tujuan memilih tindakan apa yang akan dilakukan untuk masa depan, karena itu parameternya tergantung pada kondisi prediksi masa depan, maka tak dapat dihindarkan akan memenuhi beberapa tingkat ketidak- pastian.

Dalam memecahkan permasalahan program linier digunakan suatu metode simpleks.

Dasar pemikiran dari metode simpleks berdasarkan pemecahan secara grafik, dimana pemecahan optimum selalu dihubungkan dengan titik sudut daerah pemecahan masalah. Metode simpleks menggunakan proses iterasi yang dimulai dari titik sudut yang paling mungkin, biasanya titik asal dan secara sistimatika bergerak dari titik sudut yang satu ke titik sudut yang lain sampai tercapai harga optimum.

Misalnya :



$2X1 + 3X2 \leq 6$

$4X1 + X2 \leq 4$

$X1 \geq 0 , X2 \geq 0$

Maksimum dari X1 + X2

Garis besar metode simpleks :

1. langkah pengawalan (Initialization step).
   - menentukan dasar pemecahan awal yang mungkin.
2. Langkah iterasi (Iterative step).
   - bergerak dari satu titik ke titik yang lain untuk mendapatkan pemecahan yang mungkin lebih baik.
3. Aturan perhentian (Stopping rule).
   - berhenti apabila sudah mendapatkan pemecahan optimum.

Contoh soal :

Maksimum $Z = 3X_E + 2X_1$

- $X_E + 2X_1 \leq 6 \implies X_E + 2X_1 + S_1 = 6$
- $2X_E + X_1 \leq 8 \implies 2X_E + X_1 + S_2 = 8$
- $-X_E + X_1 \leq 1 \implies -X_E + X_1 + S_3 = 1$
- $X_1 \leq 2 \implies X_1 + S_4 = 2$

ad1. Langkah pengawalan
   - Memilih variabel asli (X_E, X_1) sebagai variabel masuk dan variabel kekurangan (S_1, S_2, S_3, S_4) sebagai variabel keluar.

ad2. Langkah iterasi
   - memilih variabel masuk di antara beberapa variabel masuk yang punya koefisien negatif yang paling besar. Misal X_E = variabel masuk.

Penyelesaian dalam bentuk tabel :

Basic	Z	X_E	X_1	S_1	S_2	S_3	S_4	Pemecahan
Z	1	-3	-2	0	0	0	0	0
S_1	0	1	2	1	0	0	0	6
S_2	0	2	1	0	1	0	0	8
S_3	0	-1	1	0	0	1	0	1
S_4	0	0	1	0	0	0	1	2

maka perhitungan yang dilakukan selanjutnya menentukan :

1. Persamaan pivot baru = persamaan pivot lama : elemen pivot.
2. Persamaan baru = persamaan lama - (koefisien kolom pemasukkan * persamaan pivot baru).

ad3. Aturan perhentian (Stopping rule)

- Apabila semua variabel masuk pada persamaan Z tidak positif atau tidak negatif, maka keadaan optimum tercapai.

Basic	Z	X_E	X_1	S_1	S_2	S_3	S_4	Pemecahan
Z	1	0	0	1/3	4/3	0	0	12 2/3
X_1	0	0	1	2/3	-1/3	0	0	4/3
X_E	0	1	0	-1/3	2/3	0	0	10/3
S_3	0	0	0	-1	1	1	0	3
S_4	0	0	0	-2/3	1/3	0	1	2/3