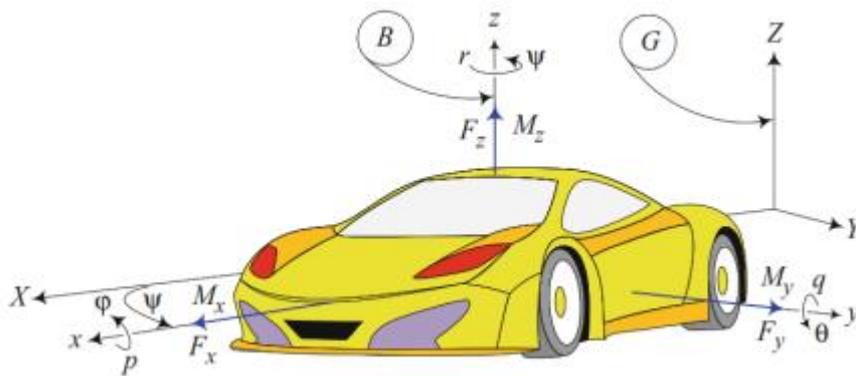


2. STUDI LITERATUR

2.1. Kinematika Kendaraan

Kinematika kendaraan merupakan sebuah konsep dimana penentuan posisi kendaraan bergantung pada posisi kerangka acuan kendaraan terhadap kerangka acuan global. Pada Gambar 2.1. terlihat kerangka acuan kendaraan disimbolkan atau dilambangkan dengan huruf B dan kerangka acuan global disimbolkan dengan huruf G. Kerangka acuan global (G) memiliki sumbu X, Y, dan Z, sedangkan kerangka acuan kendaraan memiliki sumbu koordinat x, y, dan z. Selain dari arah translasi searah X, Y, dan Z pada kerangka global, diperlukan juga orientasi dari rangka kendaraan, dimana hal ini membutuhkan 3 sudut yaitu φ (sudut *roll* terhadap sumbu x), θ (sudut *pitch* terhadap sumbu y), dan ψ (sudut *yaw* terhadap sumbu z).



Gambar 2.1. Kendaraan berdasarkan kerangka acuan B dan G

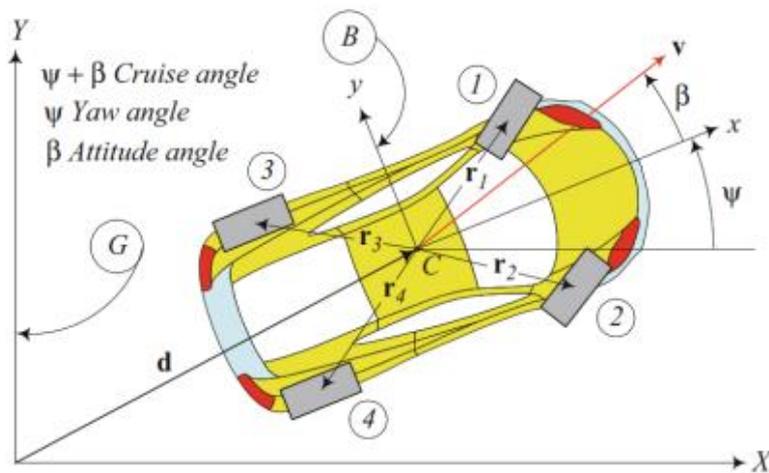
Sumber: Jazar, R. (2019). *Advanced vehicle dynamics*, Springer, p. 79.

Gaya akan bekerja pada masing-masing sumbu di kerangka acuan kendaraan. Gaya pada sumbu x merupakan gaya longitudinal (F_x), dimana jika F_x positif maka kendaraan maju kedepan, serta jika F_x negatif maka kendaraan akan bergerak mundur kebelakang. Kemudian pada gaya pada sumbu y disebut sebagai gaya lateral (F_y), dimana jika F_y positif maka kendaraan akan bergerak ke kanan (perspektif pengemudi), serta jika F_y negatif maka kendaraan akan bergerak ke kiri (perspektif pengemudi). Kemudian gaya pada sumbu z disebut sebagai gaya normal (F_z), dimana jika F_z positif maka kendaraan bergerak vertikal ke atas, serta jika F_z negatif maka kendaraan akan bergerak vertikal ke bawah.

Selain gaya yang bekerja pada masing-masing kerangka acuan kendaraan, momen juga memiliki peran penting. Apabila momen bekerja pada sumbu x , disebut sebagai momen *roll*.

Ketika momen beraksi pada sumbu y , disebut sebagai momen *pitch*. Sedangkan jika momen berlaku pada sumbu z , maka momen tersebut dinamakan momen *yaw*. Dengan demikian, momen-momen ini memberikan kontribusi signifikan terhadap orientasi dan pergerakan keseluruhan kendaraan, menciptakan suatu keseimbangan yang mempengaruhi respons dan kestabilan selama perjalanan.

Beberapa sebutan lain pada kinematika kendaraan, antara lain adalah sudut *heading* (ψ), sudut *sideslip* (β), dan sudut *cruise* ($\psi + \beta$). Sudut *heading* merupakan sudut yang diukur dari sumbu X menuju sumbu x , terhadap sumbu Z . Sudut *sideslip* merupakan sudut yang diukur dari sumbu x menuju vektor kecepatan dari kendaraan terhadap sumbu Z . Sudut *cruise* merupakan sudut yang diukur dari sumbu X menuju vektor kecepatan kendaraan terhadap sumbu Z .

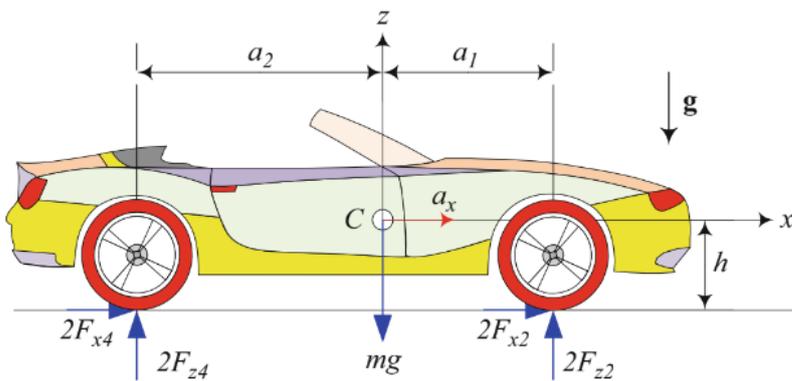


Gambar 2.2. Kendaraan dalam gerakan pada sumbu X dan sumbu Y
 Sumber: Jazar, R. (2019). *Advanced vehicle dynamics*, Springer, p. 80.

Penomoran ban pada kendaraan roda empat dapat dilihat pada Gambar 2.2. Penomoran ban pada kendaraan roda empat diawali dari bagian depan. Pada roda depan, ban sebelah kiri diberi nomor 1, sedangkan ban sebelah kanan diberi nomor 2. Pada roda belakang, urutan nomor berlanjut dengan ban sebelah kiri diberi nomor 3, dan ban sebelah kanan diberi nomor 4. Oleh karena itu, ban dengan nomor ganjil menunjukkan posisi di sebelah kiri, sementara ban dengan nomor genap menandakan posisi di sebelah kanan (Jazar, 2019).

2.2. Forward Vehicle Dynamic

2.2.1. Mobil Berakselerasi pada Arah Longitudinal



Gambar 2.3. Gaya-gaya pada saat kendaraan berakselerasi pada arah longitudinal

Sumber: Jazar, R. (2019). *Advanced vehicle dynamics*, Springer, p. 89.

Mobil yang sedang mengalami akselerasi pasti memiliki kondisi yang berbeda dengan mobil dalam keadaan diam. Perbedaan utamanya adalah bahwa kendaraan yang sedang berakselerasi akan mengalami percepatan sepanjang sumbu x . Sehingga resultan gaya-gaya yang terjadi pada kendaraan dengan arah sumbu x adalah sebesar ma_x , yang dimana akan ditemukan persamaan sebagai berikut:

$$2F_{x_2} + 2F_{x_4} = ma_x \quad (2.1)$$

Dimana:

- F_{x_2} : Gaya longitudinal pada ban depan (N)
- F_{x_4} : Gaya longitudinal pada ban belakang (N)
- m : Massa kendaraan (kg)
- a_x : Percepatan arah longitudinal ($\frac{m}{s^2}$)

Dengan menganalisa $\Sigma F_z = 0$ maka akan didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$2F_{z_2} + 2F_{z_4} - mg = 0 \quad (2.2)$$

Dimana:

- F_{z_2} : Gaya normal pada ban depan (N)
- F_{z_4} : Gaya normal pada ban belakang (N)
- m : Massa kendaraan (kg)
- g : Percepatan arah longitudinal ($\frac{m}{s^2}$)

Dengan melakukan analisa $\Sigma M_z = 0$ maka akan didapatkan persamaan sebagai berikut:

Dimana:

F_{x_2} : Gaya longitudinal pada ban depan (N)

F_{x_4} : Gaya longitudinal pada ban belakang (N)

F_{z_2} : Gaya normal pada ban depan (N)

F_{z_4} : Gaya normal pada ban belakang (N)

a_1 : Jarak roda depan menuju CG (m)

a_2 : Jarak roda belakang menuju CG (m)

h : Jarak dari tanah menuju CG (m)

Dari persamaan (2.1) dan (2.2) akan didapatkan gaya-gaya yang bekerja secara vertikal sebagai berikut:

$$F_{z_1} = F_{z_2} = \frac{1}{2}mg \frac{a_2}{l} - \frac{1}{2}ma_x \frac{h}{l} \quad (2.3)$$

$$F_{z_3} = F_{z_4} = \frac{1}{2}mg \frac{a_1}{l} + \frac{1}{2}ma_x \frac{h}{l} \quad (2.4)$$

Dimana:

F_{z_1} : Gaya normal pada ban depan kiri (N)

F_{z_2} : Gaya normal pada ban depan kanan (N)

F_{z_3} : Gaya normal pada ban belakang kiri (N)

F_{z_4} : Gaya normal pada ban belakang kanan (N)

a_1 : Jarak roda depan menuju CG (m)

a_2 : Jarak roda belakang menuju CG (m)

h : Jarak dari tanah menuju CG (m)

m : Massa kendaraan (kg)

a_x : Percepatan longitudinal koordinat global ($\frac{m}{s^2}$)

l : *Wheel base* (m)

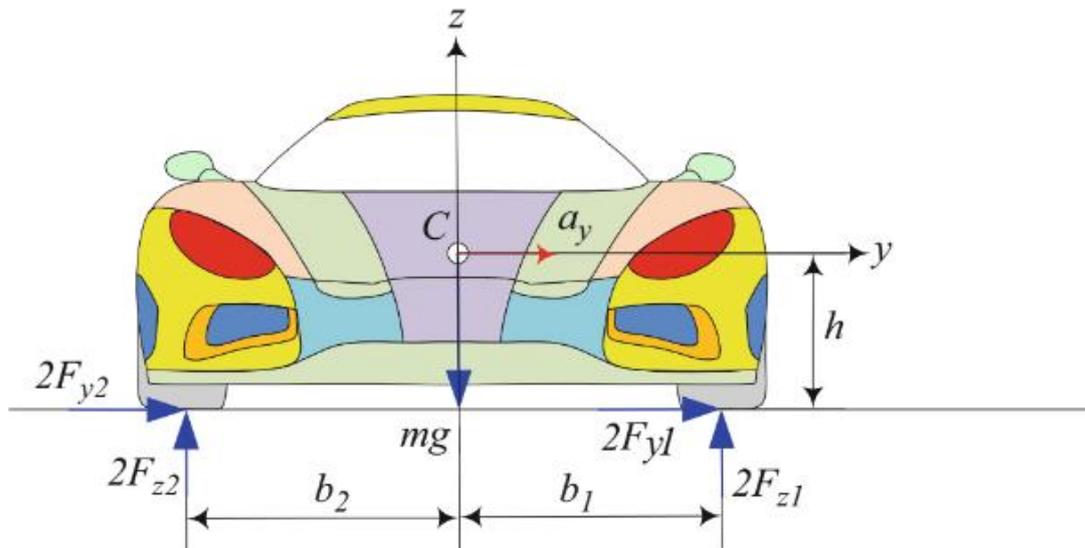
Penting untuk diingat bahwa ban kendaraan memiliki gaya gesek yang memungkinkannya untuk bergerak di suatu permukaan, dan gaya gesek ini biasa dikenal dengan gaya traksi. Prinsip dasar dari gaya traksi adalah bahwa ada batasan maksimum sebelum traksi hilang. Persamaan umum yang menggambarkan batasan ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$F_{x_i} \leq \mu_x F_{z_i} \quad (2.5)$$

Dimana:

- F_{x_i} : Gaya longitudinal pada ban (N) ($n = 1,2,3,4$)
- F_{z_i} : Gaya normal pada ban (N) ($n = 1,2,3,4$)
- μ_x : Koefisien gesek longitudinal pada ban

2.2.2. Mobil Berakselerasi pada Arah Lateral



Gambar 2.4. Gaya-gaya pada saat kendaraan berakselerasi pada arah lateral

Sumber: Jazar, R. (2019). *Advanced vehicle dynamics*, Springer, p. 93.

Kendaraan mengalami percepatan searah dengan arah sumbu y (arah lateral), sehingga dengan menghitung resultan gaya-gaya pada arah sumbu y akan didapatkan persamaan berikut:

$$2F_{y_1} + 2F_{y_2} = ma_Y \tag{2.6}$$

Dimana:

- F_{y_1} : Gaya lateral pada ban depan (N)
- F_{y_2} : Gaya lateral pada ban belakang (N)
- m : Massa kendaraan (kg)
- a_Y : Percepatan arah lateral koordinat global ($\frac{m}{s^2}$)

Dengan melakukan perhitungan dimana $\Sigma F_Z = 0$ maka akan didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg = 0 \tag{2.7}$$

Dimana:

- F_{z_1} : Gaya normal pada ban depan kiri (N)
- F_{z_2} : Gaya normal pada ban depan kanan (N)
- m : Massa kendaraan (kg)
- g : Percepatan gravitasi ($\frac{m}{s^2}$)

Dengan melakukan perhitungan dimana $\Sigma M_x = 0$ maka akan didapatkan persamaan sebagai berikut:

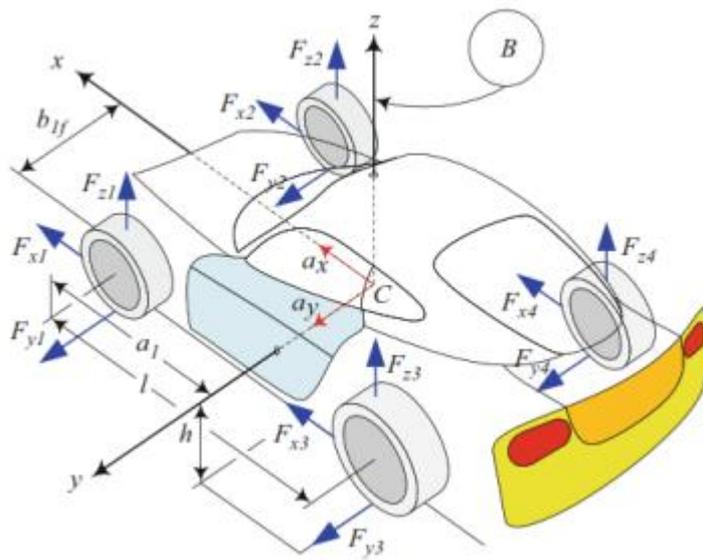
$$2F_{z_1}b_1 - 2F_{z_2}b_2 + 2F_{y_1}h + 2F_{y_2}h = 0 \quad (2.8)$$

Dimana:

- F_{y_1} : Gaya lateral pada ban depan (N)
- F_{y_2} : Gaya lateral pada ban belakang (N)
- F_{z_1} : Gaya normal pada ban depan kiri (N)
- F_{z_2} : Gaya normal pada ban depan kanan (N)
- m : Massa kendaraan (kg)
- g : Percepatan gravitasi ($\frac{m}{s^2}$)
- b_1 : Jarak antara roda kiri menuju COG (m)
- b_2 : Jarak antara roda kanan menuju COG (m)
- h : Jarak dari tanah menuju COG (m)

2.2.3. Mobil Berakselerasi pada Arah Longitudinal dan Lateral

Sering kali yang terjadi di dalam kondisi lapangan adalah mobil mengalami percepatan pada tidak hanya pada arah longitudinal atau arah lateral saja, tetapi mobil mengalami percepatan pada kedua arah tersebut secara bersamaan. Kondisi ini akan terjadi saat kendaraan sedang menikung pada suatu tikungan. Maka kendaraan akan mengalami percepatan searah sumbu x dan sumbu y .



Gambar 2.5. Gaya-gaya pada saat kendaraan berakselerasi pada arah longitudinal dan lateral
 Sumber: Jazar, R. (2019). *Advanced vehicle dynamics*, Springer, p. 99.

Dengan menghitung $\Sigma F_x = ma_x$, $\Sigma F_z = 0$, serta $\Sigma M_z = 0$ berdasarkan tampak samping dari kendaraan maka akan didapatkan F_{z_f} dan F_{z_r} . F_{z_f} merupakan gaya vertikal pada kedua roda depan (*front*). F_{z_r} merupakan gaya vertikal pada kedua roda belakang (*rear*).

$$F_{z_f} = F_{z_1} + F_{z_2} = mg \frac{a_2}{l} - ma_x \frac{h}{l} \quad (2.9)$$

$$F_{z_r} = F_{z_3} + F_{z_4} = mg \frac{a_1}{l} - ma_x \frac{h}{l} \quad (2.10)$$

Dimana

- F_{z_f} : Gaya normal pada ban depan (N)
- F_{z_r} : Gaya normal pada ban belakang (N)
- F_{z_i} : Gaya normal pada ban (N) ($n = 1,2,3,4$)
- m : Massa kendaraan (kg)
- g : Percepatan gravitasi ($\frac{m}{s^2}$)
- a_1 : Jarak roda depan menuju COG (m)
- a_2 : Jarak roda belakang menuju COG (m)
- l : *Wheel base* (m)
- h : Jarak dari tanah menuju COG (m)
- a_x : Percepatan arah longitudinal ($\frac{m}{s^2}$)

Untuk bisa mendapatkan masing-masing gaya vertikal pada roda depan maka diperlukan persamaan tambahan yang disebut dengan *virtual mass* atau *load transfer*. Untuk bagian depan kendaraan, persamaan *virtual massnya* adalah sebagai berikut:

$$m_{v_f} = \frac{F_{z_f}}{g} = \frac{1}{g} \left(mg \frac{a_2}{l} - m a_x \frac{h}{l} \right) \quad (2.11)$$

Dimana:

- m_{v_f} : Front virtual mass (*kg*)
- F_{z_f} : Gaya normal pada ban depan (*N*)
- m : Massa kendaraan (*kg*)
- g : Percepatan gravitasi ($\frac{m}{s^2}$)
- a_1 : Jarak roda depan menuju COG (*m*)
- a_2 : Jarak roda belakang menuju COG (*m*)
- l : Wheel base (*m*)
- h : Jarak dari tanah menuju COG (*m*)
- a_x : Percepatan arah longitudinal ($\frac{m}{s^2}$)

Dengan menggunakan persamaan (2.11) dan melakukan proses substitusi dan eliminasi persamaan $\Sigma F_y = m a_y$, $\Sigma F_y = 0$, serta $\Sigma M_z = 0$ berdasarkan tampak depan dari kendaraan akan didapatkan persamaan-persamaan gaya vertikal sebagai berikut:

$$w_f = b_{1f} + b_{2f} \quad (2.12)$$

$$F_{z_1} = m_{v_f} g \frac{b_{2f}}{w_f} - m_{v_f} a_y \frac{h}{w_f} \quad (2.13)$$

$$F_{z_1} = m \left(\frac{a_1}{l} g + \frac{h}{l} a_x \right) \left(\frac{b_{2f}}{w_f} - \frac{h}{w_f} \frac{a_y}{g} \right)$$

$$F_{z_2} = m_{v_f} g \frac{b_{2f}}{w_f} - m_{v_f} a_y \frac{h}{w_f} \quad (2.14)$$

$$F_{z_2} = m \left(\frac{a_2}{l} g + \frac{h}{l} a_x \right) \left(\frac{b_{1f}}{w_f} - \frac{h}{w_f} \frac{a_y}{g} \right)$$

$$w_r = b_{1r} + b_{2r} \quad (2.15)$$

$$F_{z_3} = m_{v_r} g \frac{b_{2r}}{w_r} - m_{v_r} a_y \frac{h}{w_r} \quad (2.16)$$

$$F_{z_4} = m \left(\frac{a_1}{l} g + \frac{h}{l} a_x \right) \left(\frac{b_{2r}}{w_r} - \frac{h}{w_r} \frac{a_y}{g} \right)$$

$$F_{Z_4} = m_{v_r} g \frac{b_{2f}}{w_f} - m_{v_f} a_Y \frac{h}{w_f}$$

$$F_{Z_4} = m \left(\frac{a_2}{l} g + \frac{h}{l} a_X \right) \left(\frac{b_{1r}}{w_r} - \frac{h}{w_r} \frac{a_Y}{g} \right)$$
(2.17)

Dimana:

- F_{Z_1} : Gaya normal pada ban depan kiri (N)
- F_{Z_2} : Gaya normal pada ban depan kanan (N)
- F_{Z_3} : Gaya normal pada ban belakang kiri (N)
- F_{Z_4} : Gaya normal pada ban belakang kanan (N)
- m_{v_f} : *Front virtual mass* (kg)
- m_{v_r} : *Rear virtual mass* (kg)
- w_f : Track width pada roda depan (m)
- b_{1f} : Jarak ban depan kiri menuju COG (m)
- b_{2f} : Jarak ban depan kanan menuju COG (m)
- w_r : Track width pada roda belakang (m)
- b_{1r} : Jarak ban belakang kiri menuju COG (m)
- b_{2r} : Jarak ban belakang kanan menuju COG (m)
- m : Massa kendaraan (kg)
- g : Percepatan gravitasi ($\frac{m}{s^2}$)
- a_1 : Jarak roda depan menuju COG (m)
- a_2 : Jarak roda belakang menuju COG (m)
- l : *Wheel base* (m)
- h : Jarak dari tanah menuju COG (m)
- a_X : Percepatan arah longitudinal ($\frac{m}{s^2}$)
- a_Y : Percepatan arah lateral ($\frac{m}{s^2}$)

2.3. Dinamika Ban

Ban adalah salah satu komponen utama pada kendaraan roda empat yang bersentuhan langsung dengan permukaan jalan. Oleh karena itu, perlu memperhatikan berbagai faktor yang memengaruhi performa dan kinerja ban selama kendaraan bergerak.

2.3.1. Jari-jari Efektif Ban

Secara umum, ban memiliki tiga jenis jari-jari (*radius*). Jari-jari pertama adalah jari-jari gelinding (*rolling radius*). Jari-jari gelinding didefinisikan melalui persamaan sebagai berikut:

$$R_W = \frac{v_x}{\omega} \quad (2.18)$$

Dimana

R_W : Rolling radius(m)

v_x : Kecepatan arah longitudinal ($\frac{m}{s}$)

ω : kecepatan sudut ban ($\frac{rad}{s}$)

Nilai R_W ini juga bisa didekati dengan persamaan sebagai berikut:

$$R_W \approx R_g - \frac{R_g - R_h}{3} \quad (2.19)$$

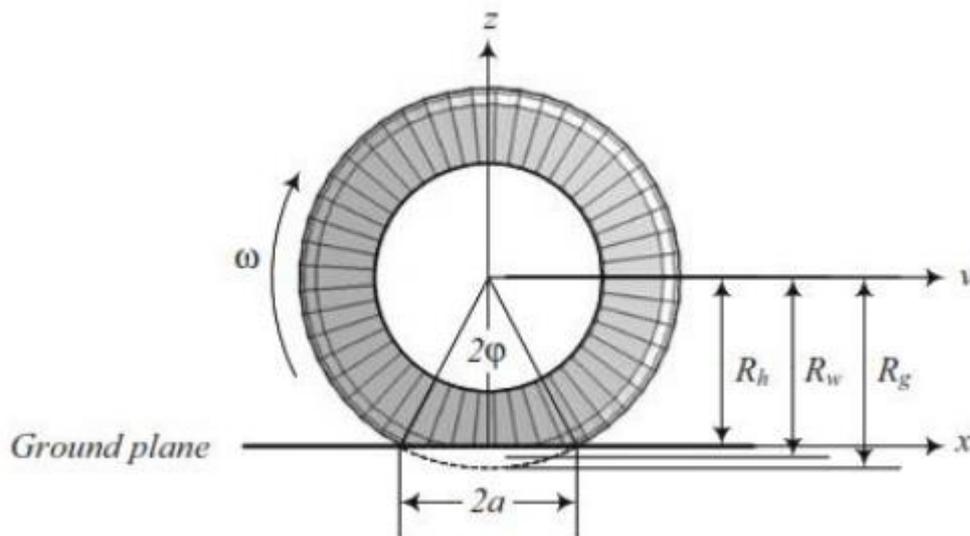
Dimana:

R_W : Rolling radius (m)

R_g : Tire geometry radius (m)

R_h : Loaded rolling radius (m)

Nilai R_g didapatkan dengan mengukur jari-jari ban pada saat ban direbahkan dan tidak sedang diberi beban, sedangkan nilai R_h didapatkan dengan mengukur jari-jari ban pada saat digelindingkan dan diberi beban. Gambar 2.6. menunjukkan jari-jari dari masing-masing kondisi ban.



Gambar 2.6. Jari-jari pada ban pada masing-masing kondisi ($R_h < R_w < R_g$)

Sumber: Jazar, R. (2019). *Advanced vehicle dynamics*, Springer, p. 15.

2.3.2. Gaya Longitudinal Ban

Gaya ini terjadi karena ban mengalami penambahan kecepatan (akselerasi) dan penurunan kecepatan (deselerasi). Dengan adanya torsi yang diberikan ke roda, maka ban akan terdapat rasio slip s dan gaya longitudinal (F_x). Gaya longitudinal akan berbanding lurus dengan gaya normal (F_z), dimana koefisien gesek μ_x adalah koefisien gesek longitudinal. Gaya longitudinal ban maksimum yang bisa tercapai adalah sebagai berikut:

$$F_{xM} = C_s s_s F_z = \mu_x F_z \quad (2.20)$$

Dimana:

- F_{xM} : Maximum achievable longitudinal tire force (m)
- C_s : Longitudinal slip coefficient
- s_s : Saturation slip ratio
- F_z : Gaya normal (N)
- μ_x : koefisien gesek longitudinal

Untuk rasio slip longitudinal dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$s = \begin{cases} 1 - \frac{v_x}{R_g \omega_w} & R_g \omega_w > v_x \\ \frac{v_x}{R_g \omega_w} - 1 & R_g \omega_w < v_x \end{cases} \quad (2.21)$$

Dimana

- v_x : Kecepatan arah longitudinal ($\frac{m}{s}$)
- R_g : Tire geometry radius (m)
- F_z : Gaya normal (N)
- μ_x : koefisien gesek longitudinal
- s : Rasio slip
- ω_w : Kecepatan rotasi ban ($\frac{rad}{s}$)

Dimana kecepatan aktual $v_x = R_w \omega_w$ dengan ω_w adalah kecepatan rotasi dari ban. Kecepatan gelinding bebas dari ban didefinisikan dengan $R_g \omega_w$. Dengan mengacu pada adanya hubungan antara gaya longitudinal dan gaya vertikal dari ban, maka kemudian dibuatlah sebuah

grafik perbandingan gaya longitudinal dengan gaya vertikal terhadap rasio slip longitudinal pada ban.

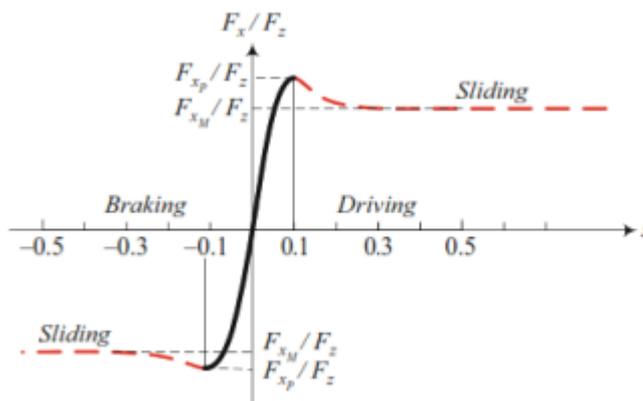
Pada Gambar 2.7. didapati bahwa gaya longitudinal maksimum yang dapat pada $s = s_s \approx 0.1$, yang kemudian turun hingga mencapai F_{xM} . Oleh karena itu, akan didapatkan sebuah persamaan yang mengakomodasi gaya longitudinal terhadap s Ketika s bernilai kecil, yaitu:

$$\frac{F_x(s)}{F_z} = C_s s \quad |s| < 0.1 \quad (2.22)$$

Dimana

- $F_x(s)$: Gaya longitudinal relatif terhadap *slip ratio* (N)
- F_z : Gaya normal (N)
- μ_x : koefisien gesek longitudinal
- C_s : *Longitudinal slip coefficient*
- s : *Slip ratio*

Untuk nilai $s \geq 0.1$ akan didapati ban mengalami *spin*, hal ini akan terjadi Ketika kendaraan berakselerasi, sedangkan untuk nilai $s \leq 0.1$ akan didapati ban mengalami *sliding*, hal ini akan terjadi ketika suatu kendaraan mengalami pengereman.



Gambar 2.7. Perbandingan gaya longitudinal dan vertikal terhadap rasio slip longitudinal

Sumber: Jazar, R. (2019). *Advanced vehicle dynamics*, Springer, p. 16.

2.3.3. Gaya Lateral Ban

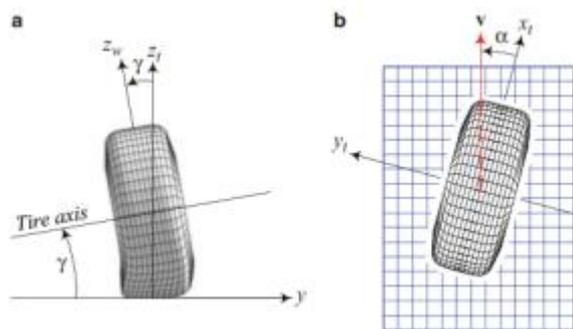
Gaya lateral pada ban (F_y) terjadi ketika suatu kendaraan sedang melakukan manuver. Gaya lateral yang bekerja pada ban didapatkan dari fungsi terhadap sudut *sideslip* ban (α) dan sudut *camber* (γ). Hubungan-hubungan ini dapat dituliskan dalam persamaan sebagai berikut:

$$\frac{F_y}{F_z} = -C_\alpha S(\alpha - \alpha_s) - C_\gamma S(\gamma - \gamma_s) \quad (2.23)$$

Dimana

- F_y : Gaya lateral (N)
- F_z : Gaya normal (N)
- C_α : *tire cornering stiffness*
- α : Sudut *sideslip* pada ban (°)
- α_s : Sudut *sideslip* pada ban saturasi (°)
- C_s : *Longitudinal slip coefficient*
- C_γ : Koefisien *camber*
- γ : Sudut *camber* pada ban(°)
- γ_s : Sudut *camber* pada ban saturasi(°)
- S : *Saturation function*

C_α adalah koefisien *sideslip* ban (*tire cornering stiffness*) dan C_γ merupakan koefisien *camber*. Simbol α_s dan γ_s berarti saturasi sudut dari *sideslip* ban dan *camber*.



Gambar 2.8. Sudut *sideslip* dan sudut *camber* ban

Sumber: Jazar, R. (2019). *Advanced vehicle dynamics*, Springer, p. 16.

Hubungan antara *sideslip* ban (α) dengan *sideslip* roda bodi (β) dapat dituliskan dalam persamaan berikut:

$$\alpha = \beta - \delta \quad (2.24)$$

Dimana

- α : Sudut *sideslip* (°)

- β : Sudut *sideslip* roda- bodi ($^{\circ}$)
 δ : Sudut kemudi ($^{\circ}$)

Dimana δ melambangkan sudut kemudi dari sebuah kendaraan. Sudut kemudi ini perlu dibedakan dari sudut kemudi, karena perbedaan yang muncul akibat rasio dalam sistem kemudi kendaraan. Perbandingan antara gaya lateral dan gaya vertikal pada sudut *sideslip* ban yang kecil dapat dijelaskan melalui persamaan sebagai berikut:

$$\frac{F_y}{F_z} = -C_{\alpha}\alpha = -C_{\alpha}(\beta - \delta) \quad (2.25)$$

Dimana

- F_y : Gaya lateral (N)
 F_z : Gaya normal (N)
 C_{α} : *tire cornering stiffness*
 α : Sudut *sideslip* ($^{\circ}$)
 β : Sudut *sideslip* roda- bodi ($^{\circ}$)
 δ : Sudut kemudi ($^{\circ}$)

Gaya lateral dan gaya vertikal pada sudut *sideslip* ban yang kecil dapat dinyatakan dengan persamaan ini. Selain itu, rasio pada sistem kemudi kendaraan menjadi penentu utama perbedaan antara sudut kemudi dan sudut setir, yang memberikan kontribusi pada karakteristik pergerakan kendaraan secara keseluruhan.

2.3.4. Model Ban Salaani

Model ban ini dikembangkan oleh Saalani pada tahun 2007 (Saalani, 2007). Model ini mendasarkan diri pada kekakuan planar dan lengan momen, model gesekan (puncak dan penurunannya), serta model kontak gaya gesek yang dinormalisasi secara teoritis. Persamaan gaya longitudinal (2.26) dan gaya lateral (2.27) yang diusulkan oleh Saalani dapat dituliskan dalam persamaan sebagai berikut:

$$F_{xw1} = - \frac{\kappa F_z C_{\kappa} f_{\alpha}(\sigma)}{\sqrt{\left(\frac{C_{\kappa} \kappa}{\mu_{px}}\right)^2 + \left(\frac{C_{\alpha} \tan(\alpha)}{\mu_{py}}\right)^2}} - \frac{\kappa F_z C_{\kappa s} f_s(\sigma)}{\sqrt{\left(\frac{C_{\kappa} \kappa}{\mu_{sx}}\right)^2 + \left(\frac{C_{\alpha} \tan(\alpha)}{\mu_{sy}}\right)^2}} \quad (2.26)$$

$$F_{yw1} = - \frac{C_\alpha \tan(\alpha) F_z f_a(\sigma)}{\sqrt{\left(\frac{C_\kappa \kappa}{\mu_{px}}\right)^2 + \left(\frac{C_\alpha \tan(\alpha)}{\mu_{py}}\right)^2}} - \frac{C_\alpha \tan(\alpha) F_z f_s(\sigma)}{\sqrt{\left(\frac{C_\kappa \kappa}{\mu_{sx}}\right)^2 + \left(\frac{C_\alpha \tan(\alpha)}{\mu_{sy}}\right)^2}} \quad (2.27)$$

Dimana:

- F_{xw1} : Gaya longitudinal pada ban (N)
- F_{yw1} : Gaya lateral pada ban (N)
- F_z : Gaya normal (N)
- C_α : *tire cornering stiffness*
- α : Sudut *sideslip* (°)
- β : Sudut *sideslip* roda- bodi (°)
- δ : Sudut kemudi (°)
- μ_{px} : *Longitudinal peak coefficient of friction*
- μ_{py} : *Lateral peak coefficient of friction*
- C_κ : *Longitudinal slip stiffness*
- κ : *Longitudinal slip ratio*
- $f_a(\sigma)$: Fungsi Adhesi
- $f_s(\sigma)$: Fungsi *Sliding*

Fungsi adhesi dan fungsi sliding

$$f_a(\sigma) = \frac{4}{\pi} \frac{\sigma}{(1 + \sigma^2)^2} \quad (2.28)$$

$$f_s(\sigma) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{2\sigma}{1 + \sigma^2} \left(\frac{1 - \sigma^2}{1 + \sigma^2} \right) - \arcsin\left(\frac{1 - \sigma^2}{1 + \sigma^2}\right) \right] \quad (2.29)$$

Dimana:

- σ : *adhesion potential rate*
- $f_s(\sigma)$: Fungsi *Sliding*
- $f_a(\sigma)$: Fungsi Adhesi

σ merupakan *adhesion potential rate* yang dapat dituliskan ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{C_{\kappa} \left(-\frac{\kappa}{1-\kappa}\right)}{\mu_{px} F_z}\right)^2 + \left(\frac{C_{\kappa} \left(-\frac{\tan(\alpha)}{1-\kappa}\right)}{\mu_{py} F_z}\right)^2} \quad (2.30)$$

Dimana:

- σ : *adhesion potential rate*
- C_{κ} : *Longitudinal slip stiffness*
- κ : *Longitudinal slip ratio*
- α : *Sudut slip lateral (°)*
- μ_{px} : *Longitudinal peak coefficient of friction*
- μ_{py} : *Lateral peak coefficient of friction*
- F_z : *Gaya normal (N)*

C_{κ} merupakan persamaan kekakuan ban pada arah longitudinal. Persamaan kekakuan pada arah longitudinal dapat dilihat pada persamaan berikut ini:

$$C_{\kappa} = C_{km} \left(\frac{F_{zwi}}{F_{zC_{km}}}\right)^{\eta} \quad (2.31)$$

$$C_{\kappa} = 3840.078061 \left(\frac{F_z}{238.5857011}\right)^{1.256085510479} \quad (2.32)$$

Dimana

- C_{κ} : *Longitudinal slip stiffness coefficient*
- F_{zwi} : *Gaya normal pada ban (N) (i = 1,2,3,4)*
- $F_{zC_{km}}$: *Longitudinal tire stiffness initial coordinate force (N)*
- η : *Peak friction empirical coefficients*
- C_{km} : *Longitudinal tire stiffness initial coordinate coefficient*
- F_z : *Gaya normal (N)*

$C_{\kappa S}$ merupakan kekakuan ban longitudinal pada saat kondisi *sliding*. Persamaan kekakuan longitudinal pada saat kondisi *sliding* dapat dituliskan pada persamaan di bawah ini:

$$C_{\kappa S} = C_{\kappa} + (C_{\alpha} - C_{\kappa}) \sqrt{\sin^2(\alpha_i) + \kappa^2 \cos^2(\alpha_i)} \quad (2.33)$$

Dimana:

- C_{κ} : *Longitudinal slip stiffness coefficient*
- $C_{\kappa S}$: *Longitudinal stiffness in sliding mode*
- C_{α} : *Lateral slip angle stiffness coefficient*

- κ : Longitudinal slip ratio
 α_i : Sudut slip lateral ($^\circ$) ($i = 1,2,3,4$)

C_α merupakan kekakuan sudut slip untuk arah lateral. Persamaan kekakuan sudut slip untuk arah lateral dapat dilihat pada persamaan berikut:

$$C_\alpha = C_{\alpha m} \left(1 - e^{C_2 \log \frac{F_z}{F_z C_{\alpha m}} + C_1 \log^2 \frac{F_{zwi}}{F_z C_{\alpha m}}} \right) \quad (2.34)$$

$$C_\alpha = 16042.81826 \left(-e^{-211626207 \left(\log \frac{F_z}{F_z C_{\alpha m}} \right) - 54986685 \left(\log^2 \frac{F_z}{2500} \right)} \right) \quad (2.35)$$

Dimana:

- C_α : Lateral slip angle stiffness coefficient
 $C_{\alpha m}$: Lateral stiffness saturation level coefficient
 C_1 : Lateral tire stiffness empirical coefficients
 C_2 : Lateral tire stiffness empirical coefficients
 F_z : Gaya normal (N)
 $F_z C_{\alpha m}$: Lateral stiffness saturation level force (N)
 F_{zwi} : Gaya normal pada ban (N) ($i = 1,2,3,4$)

μ_{sx} merupakan koefisien gesek sliding pada arah longitudinal. Persamaan μ_{sx} didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_{sx} = \mu_{px} (1 - D_{\mu x} \sqrt{\sin^2(\alpha_i) + \kappa^2 \cos^2(\alpha_i)}) \epsilon_{sx} \quad (2.36)$$

Dimana:

- μ_{sx} : Longitudinal sliding coefficient of friction
 μ_{px} : Longitudinal peak coefficient of friction
 κ : Longitudinal slip ratio
 α_i : Sudut slip lateral (rad) ($i = 1,2,3,4$)
 $D_{\mu x}$: Longitudinal coefficients of decay of peak friction
 ϵ_{sx} : Longitudinal aligning moment eccentricity factors

μ_{sy} merupakan koefisien gesek sliding pada arah lateral. Persamaan μ_{sy} dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_{sy} = \mu_{py} (1 - D_{\mu y} \sqrt{\sin^2(\alpha_i) + \kappa^2 \cos^2(\alpha_i)}) \epsilon_{sy} \quad (2.37)$$

Dimana:

- μ_{sy} : Lateral sliding coefficient of friction
- μ_{py} : Lateral peak coefficient of friction
- κ : Longitudinal slip ratio
- α_i : Sudut slip lateral (*rad*) ($i = 1,2,3,4$)
- $D_{\mu y}$ Lateral coefficients of decay of peak friction
- ϵ_{sy} Lateral aligning moment eccentricity factors

μ_{px} merupakan koefisien gesek puncak pada arah longitudinal. Persamaan μ_{px} dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_{px} = \frac{\mu}{\mu_0} \mu_{px0} \left(\frac{F_z}{F_{z0}} \right)^{\eta_{x2} + \eta_{x1} \log\left(\frac{F_z}{F_{z0}}\right)} \quad (2.38)$$

Dimana:

- F_z : Gaya normal (*N*)
- F_{z0} : Gaya normal pada saat beban minimum (*N*)
- μ : Coefficient of friction
- μ_0 : Coefficient of friction at load F_{z0}
- μ_{px} : Longitudinal peak coefficient of friction
- μ_{px0} : Lateral peak coefficient of friction at load F_{z0}
- η_{x1} : Longitudinal peak friction empirical coefficients
- η_{x2} : Longitudinal peak friction empirical coefficients

μ_{py} merupakan koefisien gesek puncak pada arah lateral. Persamaan μ_{py} dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_{py} = \frac{\mu}{\mu_0} \mu_{py0} \left(\frac{F_{zwi}}{F_{zw0}} \right)^{\eta_{y2} + \eta_{y1} \log\left(\frac{F_{zwi}}{F_{zw0}}\right)} \quad (2.39)$$

Dimana:

- μ_{py} : Lateral peak coefficient of friction
- μ : Coefficient of friction
- μ_0 : Coefficient of friction at load F_{z0}
- μ_{py0} : Lateral Peak Coefficient of friction at load F_{z0}
- F_z : Gaya normal (*N*)

- η_{y1} : Lateral peak friction empirical coefficients
- η_{y2} : Longitudinal peak friction empirical coefficients
- F_{zwi} : Gaya pada ban terhadap sumbu z (N) (i = 1,2,3,4)
- F_{zwo} : Gaya pada ban terhadap sumbu z pada saat beban minimum (N)

2.4. Dinamika Kemudi

Saat kendaraan melaju di jalan raya, sebagian besar roda depan kendaraan akan menjadi penentu arah pergerakan. Keadaan ini dikenal sebagai *front wheel steering (FWS) system*. Dengan mengamati kendaraan pada saat berbelok ke kiri dengan kecepatan yang sangat pelan seperti pada Gambar 2.9 maka akan terjadi kondisi dimana roda bagian dalam dan roda bagian luar menikung tanpa *slip*. Kondisi ini dinamakan dengan kondisi *Ackerman*. Kondisi ini didefinisikan dalam persamaan sebagai berikut:

$$\cot(\delta_o) - \cot(\delta_i) = \frac{w_f}{l} \quad (2.40)$$

Dimana:

- δ_i : Sudut kemudi bagian dalam (rad)
- δ_o : Sudut kemudi bagian luar (rad)
- w_f : Track width depan (m)
- l : Wheel base (m)

Dimana δ_i dan δ_o adalah sudut belok roda kiri (bagian dalam) dan roda kanan (bagian luar), sedangkan l dan w_f adalah *wheelbase* (Jarak antara roda depan dan belakang) dan *track width* (jarak antara roda kiri dan kanan) kendaraan. Untuk mencari besarnya jari-jari putar kendaraan maka akan digunakan model sepeda (*bicycle model*) seperti pada Gambar 2.9. Besar jari-jari putar kendaraan terhadap titik pusat O dapat didefinisikan sebagai berikut

$$\delta = \cot^{-1} \left(\frac{\cot \delta_i + \cot \delta_o}{2} \right) \quad (2.41)$$

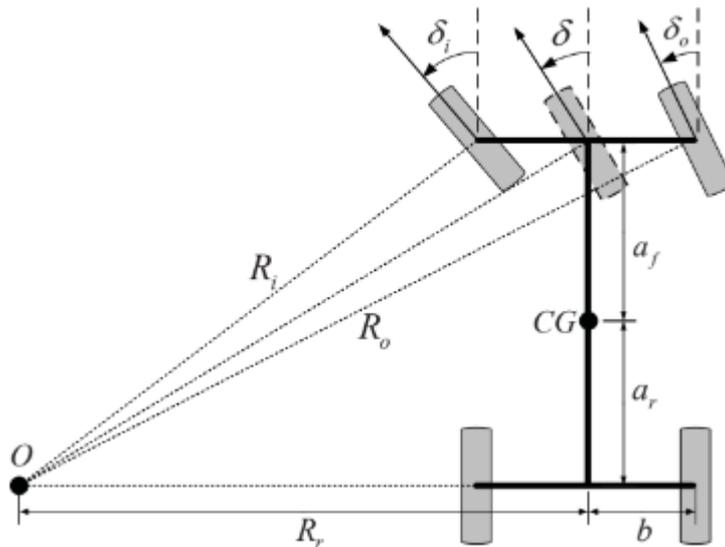
$$\delta_i = \cos^{-1} \left(\frac{R_r - b}{R_i} \right) \quad (2.42)$$

$$\delta_o = \cos^{-1} \left(\frac{R_r + b}{R_o} \right) \quad (2.43)$$

Dimana:

- δ : Sudut kemudi (rad)
- δ_i : Sudut kemudi bagian dalam (rad)
- δ_o : Sudut kemudi bagian luar (rad)

- R_r : Jarak antara titik pusat putar menuju tengah kendaraan (m)
- R_i : Jarak antara titik pusat putar menuju ban bagian dalam (m)
- R_o : Jarak antara titik pusat putar menuju ban bagian luar (m)
- b : Jarak roda kanan atau kiri menuju COG (m)



Gambar 2.9. Diagram kendaraan saat menikung ke kiri dengan kondisi *Ackerman*

Sumber: Min, et al. (2015), *Modelling and validation of 16 DOF full vehicle model for guidance control*, International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing, p. 395.

2.5. Vehicle Planar Dynamics

Model planar adalah bentuk matematis yang sederhana untuk menggambarkan kendaraan. Model ini merupakan pendekatan dasar yang dapat mengidentifikasi karakteristik utama dari kendaraan dan dapat memprediksi respons dinamisnya secara akurat (Jazar, 2019). Dalam model planar, asumsi utama adalah bahwa kendaraan bergerak sejajar dengan permukaan jalan. Gerakan lain seperti *roll*, *pitch*, dan *bounce* diabaikan dalam konteks model ini.

2.5.1. Persamaan Dinamika Kendaraan

Dalam analisis gerakan planar, kendaraan memiliki tiga derajat kebebasan (*Degree of Freedom* atau DOF). Tiga DOF ini mencakup gerak translasi searah sumbu x , translasi searah sumbu y , dan rotasi terhadap sumbu z . Kecepatan longitudinal v_x , sepanjang sumbu x , kecepatan lateral v_y , sepanjang sumbu y , dan yaw rate ψ pada sumbu z adalah output dari

persamaan gerak dinamis. Persamaan gerak Newton-Euler terhadap kerangka acuan rangka kendaraan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$F_x = m(\dot{v}_x - \dot{\psi}v_y) \quad (2.44)$$

$$F_y = m(\dot{v}_y - \dot{\psi}v_x) \quad (2.45)$$

$$M_z = I_z\dot{\omega} = I_z\ddot{\psi} \quad (2.46)$$

$$T_i = I_{wi}\dot{\omega}_{wi} + r_w F_{xi} \quad (2.47)$$

Dimana:

F_x : Gaya pada arah longitudinal (N)

F_y : Gaya pada arah lateral (N)

M_z : Momen terhadap sumbu (Nm)

I_z : Momen inersia (kgm^2)

$\dot{\psi}$: Yaw rate ($\frac{rad}{s}$)

$\dot{\omega}, \ddot{\psi}$: Percepatan sudut ($\frac{rad}{s^2}$)

m : Massa kendaraan (kg)

v_x : Kecepatan longitudinal ($\frac{m}{s}$)

v_y : Kecepatan lateral ($\frac{m}{s}$)

\dot{v}_x : Percepatan longitudinal ($\frac{m}{s^2}$)

\dot{v}_y : Percepatan lateral ($\frac{m}{s^2}$)

T_i : Torsi pada roda (Nm) ($i = 1,2,3,4$)

I_{wi} : Momen inersia pada roda (kgm^2) ($i = 1,2,3,4$)

$\dot{\omega}_{wi}$: Percepatan sudut pada roda ($\frac{rad}{s^2}$) ($i = 1,2,3,4$)

r_w : Radius roda (m)

F_{xi} : Gaya longitudinal pada roda (N) ($i = 1,2,3,4$)

Sedangkan untuk persamaan gerak terhadap kerangka acuan global dapat didefinisikan sebagai berikut

$$F_X = m \frac{d}{dt} \dot{X} = m\ddot{X} \quad (2.48)$$

$$F_Y = m \frac{d}{dt} \dot{Y} = m\dot{v}_Y \quad (2.49)$$

$$M_Z = I_z \frac{d}{dt} \dot{\psi} = I_z \dot{\omega}_Z \quad (2.50)$$

$$v_X = v_x \cos \psi - v_y \sin \psi \quad (2.51)$$

$$v_Y = v_y \cos \psi - v_x \sin \psi \quad (2.52)$$

Dimana:

F_X : Gaya pada arah longitudinal (N)

F_X : Gaya pada arah longitudinal acuan global (N)

F_Y : Gaya pada arah lateral acuan global (N)

M_Z : Momen terhadap sumbu Z acuan global (Nm)

$\dot{\omega}_Z$: Percepatan sudut pada acuan global ($\frac{rad}{s^2}$)

ψ : *Yaw* (rad)

$\dot{\psi}$: *Yaw rate* ($\frac{rad}{s}$)

m : Massa kendaraan (kg)

\dot{X}, v_X : Kecepatan pada acuan global terhadap sumbu X ($\frac{m}{s}$)

\dot{Y}, v_Y : Kecepatan pada acuan global terhadap sumbu Y ($\frac{m}{s}$)

v_x : Kecepatan longitudinal ($\frac{m}{s}$)

v_y : Kecepatan lateral ($\frac{m}{s}$)

\dot{v}_x : Percepatan longitudinal ($\frac{m}{s^2}$)

\dot{v}_y : Percepatan lateral ($\frac{m}{s^2}$)

2.5.2. Sistem Gaya pada Roda

Dalam analisis gaya pada roda untuk sistem planar, kendaraan dapat dibagi menjadi empat bagian yang memungkinkan analisis fokus pada satu bagian (misalnya satu roda). Konsep ini diilustrasikan dengan roda nomor 1, seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 2.10. Saat melakukan analisis gaya pada roda, diperlukan penambahan kerangka acuan tambahan, yaitu kerangka acuan C, yang merujuk pada kerangka acuan dari roda tersebut. Persamaan gaya dan momen terhadap kerangka acuan C dapat dijelaskan sebagai berikut:

$$F_{xi} = F_{xwi} \cos \delta_i - F_{ywi} \sin \delta_i \quad (2.53)$$

$$F_{yi} = F_{ywi} \cos \delta_i + F_{xwi} \sin \delta_i \quad (2.54)$$

$$M_{zi} = M_{zwi} \quad (2.55)$$

Dimana:

F_{xi} : Gaya pada bodi terhadap sumbu x (N) ($i = 1,2,3,4$)

- F_{y_i} : Gaya pada bodi terhadap sumbu y (N) ($i = 1,2,3,4$)
 $F_{x_{wi}}$: Gaya pada ban terhadap sumbu x (N) ($i = 1,2,3,4$)
 $F_{y_{wi}}$: Gaya pada ban terhadap sumbu y (N) ($i = 1,2,3,4$)
 δ_i : Sudut kemudi pada ban (rad) ($i = 1,2,3,4$)
 M_{z_i} : Momen pada bodi kendaraan terhadap sumbu z (Nm) ($i = 1,2,3,4$)
 $M_{z_{wi}}$: Momen pada ban terhadap sumbu z (Nm) ($i = 1,2,3,4$)

Penggunaan indentasi i merupakan perwakilan dari roda-roda pada kendaraan $i = 1, 2, 3, 4$. Hal ini menyebabkan sistem gaya planar total dari roda terhadap kerangka acuan rangka kendaraan menjadi sebagai berikut:

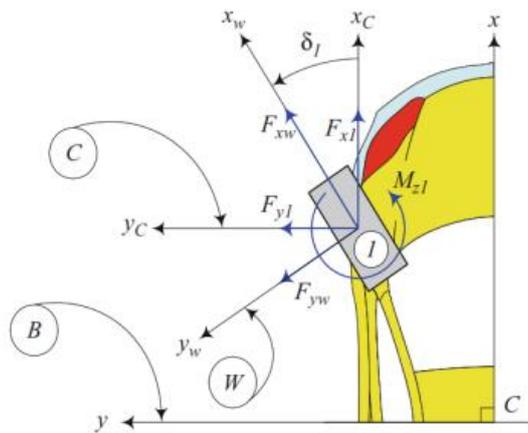
$${}^B F_x = \sum_i F_{x_i} = \sum_i F_{x_{wi}} \cos \delta_i - \sum_i F_{y_{wi}} \sin \delta_i \quad (2.56)$$

$${}^B F_y = \sum_i F_{y_i} = \sum_i F_{y_{wi}} \cos \delta_i + \sum_i F_{x_{wi}} \sin \delta_i \quad (2.57)$$

$${}^B M_z = \sum_i M_{z_i} + \sum_i x_i F_{y_i} - \sum_i y_i F_{x_i} \quad (2.58)$$

Dimana:

- ${}^B F_x$: Total gaya pada bodi kendaraan terhadap sumbu x (N)
 ${}^B F_y$: Total gaya pada bodi kendaraan terhadap sumbu y (N)
 ${}^B M_z$: Total momen pada bodi kendaraan terhadap sumbu z (Nm)
 F_{x_i} : Gaya pada bodi terhadap sumbu x (N) ($i = 1,2,3,4$)
 F_{y_i} : Gaya pada bodi terhadap sumbu y (N) ($i = 1,2,3,4$)
 $F_{x_{wi}}$: Gaya pada ban terhadap sumbu x (N) ($i = 1,2,3,4$)
 $F_{y_{wi}}$: Gaya pada ban terhadap sumbu y (N) ($i = 1,2,3,4$)
 δ_i : Sudut kemudi pada ban (rad) ($i = 1,2,3,4$)
 M_{z_i} : Momen pada bodi kendaraan (Nm) ($i = 1,2,3,4$)
 $M_{z_{wi}}$: Momen pada ban (Nm) ($i = 1,2,3,4$)

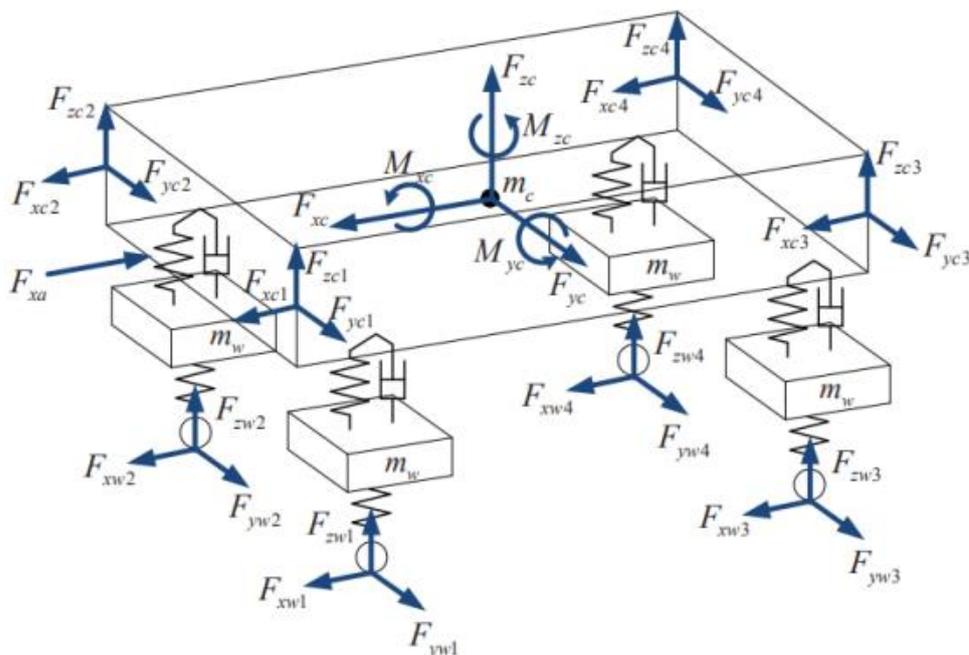


Gambar 2.10. Gaya-gaya planar pada roda no 1

Sumber: Jazar, R. (2019). *Advanced vehicle dynamics*, Springer, p. 125.

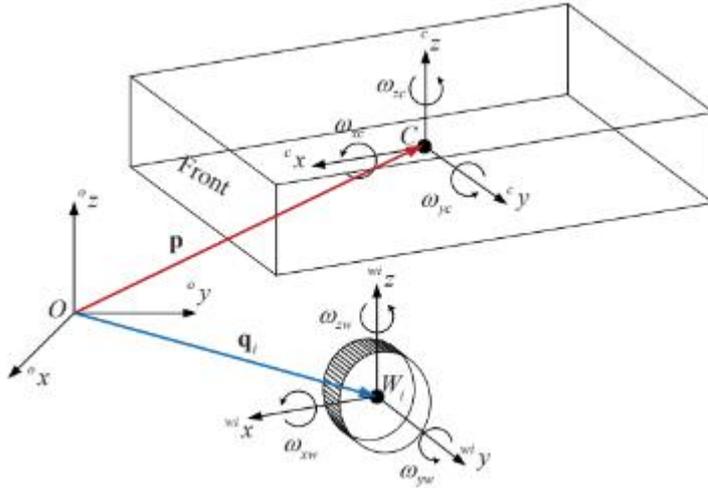
2.5.3. Dinamika kendaraan Plannar Roda Empat (14 DOF)

Kendaraan roda empat memiliki total 14 derajat kebebasan (DOF). Enam DOF berasal dari gerakan bodi kendaraan (translasi ke depan, ke belakang, ke samping, serta rotasi sepanjang sumbu x, y, dan z). Delapan DOF lainnya berasal dari derajat kebebasan roda. Setiap roda memiliki 2 DOF, yaitu gerakan rotasi dan gerakan naik-turun yang disebabkan oleh suspensi (shock breaker) (Min et al., 2015).



Gambar 2.11. Degree of freedom kendaraan roda empat

Sumber: Min, et al. (2015), *Modelling and validation of 16 DOF full vehicle model for guidance control*, International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing, p. 395.



Gambar 2.12. Definisi dari tiga referensi koordinat (C, O, dan W)

Sumber: Min, et al. (2015), *Modelling and validation of 16 DOF full vehicle model for guidance control*, International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing, p. 396.

Persamaan gerak searah sumbu x, y, dan z terhadap koordinat origin dapat dituliskan ke dalam persamaan-persamaan sebagai berikut:

$$m_c \cdot {}^o\ddot{x}_p = {}^oF_{xc} \quad (2.59)$$

$$m_c \cdot {}^o\ddot{y}_p = {}^oF_{yc} \quad (2.60)$$

$$m_c \cdot {}^o\ddot{z}_p = {}^oF_{zc} \quad (2.61)$$

Dimana:

m_c : Massa kendaraan (*kg*)

${}^o\ddot{x}_p$: Percepatan longitudinal pada koordinat origin ($\frac{m}{s^2}$)

${}^o\ddot{y}_p$: Percepatan lateral pada koordinat origin ($\frac{m}{s^2}$)

${}^o\ddot{z}_p$: Percepatan vertikal pada koordinat origin ($\frac{m}{s^2}$)

${}^oF_{xc}$: Gaya bodi longitudinal pada koordinat origin (*N*)

${}^oF_{yc}$: Gaya bodi lateral pada koordinat origin (*N*)

${}^oF_{zc}$: Gaya bodi normal pada koordinat origin (*N*)

Gaya pada sumbu x, y, dan z dengan koordinat bodi kendaraan didapatkan dari gaya-gaya pada roda serta gaya gravitasi. Persamaan total gaya yang bekerja pada sumbu x, y, dan z dapat dijadikan persamaan sebagai berikut:

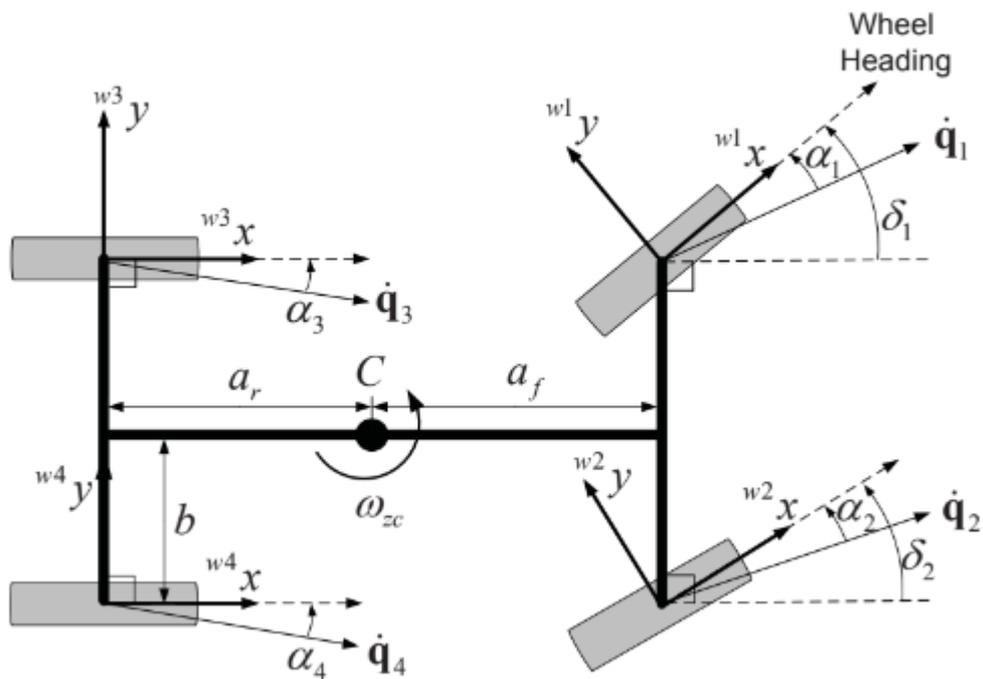
$$F_{xc} = F_{xc1} + F_{xc2} + F_{xc3} + F_{xc4} + F_{xgc} \quad (2.62)$$

$$F_{yc} = F_{yc1} + F_{yc2} + F_{yc3} + F_{yc4} + F_{ygc} \quad (2.63)$$

$$F_{zc} = F_{zc1} + F_{zc2} + F_{zc3} + F_{zc4} + F_{zgc} \quad (2.64)$$

Dimana:

- F_{xc} : Gaya bodi pada sumbu x (N)
- F_{xc1} : Gaya pada bodi depan kiri terhadap sumbu x (N)
- F_{xc2} : Gaya pada bodi depan kanan terhadap sumbu x (N)
- F_{xc3} : Gaya pada bodi belakang kiri terhadap sumbu x (N)
- F_{xc4} : Gaya pada bodi belakang kanan terhadap sumbu x (N)
- F_{xgc} : Gaya berat bodi pada sumbu x (N)
- F_{yc} : Gaya bodi pada sumbu y (N)
- F_{yc1} : Gaya pada bodi depan kiri terhadap sumbu y (N)
- F_{yc2} : Gaya pada bodi depan kanan terhadap sumbu y (N)
- F_{yc3} : Gaya pada bodi belakang kiri terhadap sumbu y (N)
- F_{yc4} : Gaya pada bodi belakang kanan terhadap sumbu y (N)
- F_{ygc} : Gaya berat bodi pada sumbu y (N)
- F_{zc} : Gaya bodi pada sumbu z (N)
- F_{zc1} : Gaya pada bodi depan kiri terhadap sumbu z (N)
- F_{zc2} : Gaya pada bodi depan kanan terhadap sumbu z (N)
- F_{zc3} : Gaya pada bodi belakang kiri terhadap sumbu z (N)
- F_{zc4} : Gaya pada bodi belakang kanan terhadap sumbu z (N)
- F_{zgc} : Gaya berat bodi pada sumbu z (N)



Gambar 2.13. Sudut kemudi dan slip ban pada rangka kendaraan

Sumber: Min, et al. (2015), *Modelling and validation of 16 DOF full vehicle model for guidance control*, International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing, p. 402.

Gaya pada arah sumbu x pada masing-masing roda dapat dituliskan ke dalam persamaan berikut:

$$F_{xc1} = F_{xw1} \cdot \cos(\delta_1) - F_{yw1} \cdot \sin(\delta_1) \quad (2.65)$$

$$F_{xc2} = F_{xw2} \cdot \cos(\delta_2) - F_{yw2} \cdot \sin(\delta_2) \quad (2.66)$$

$$F_{xc3} = F_{xw3} \quad (2.67)$$

$$F_{xc4} = F_{xw4} \quad (2.68)$$

Dimana:

- F_{xc1} : Gaya pada bodi depan kiri terhadap sumbu x (N)
- F_{xc2} : Gaya pada bodi depan kanan terhadap sumbu x (N)
- F_{xc3} : Gaya pada bodi belakang kiri terhadap sumbu x (N)
- F_{xc4} : Gaya pada bodi belakang kanan terhadap sumbu x (N)
- F_{xw1} : Gaya pada ban depan kiri terhadap sumbu x (N)
- F_{xw2} : Gaya pada ban depan kanan terhadap sumbu x (N)
- F_{xw3} : Gaya pada ban belakang kiri terhadap sumbu x (N)
- F_{xw4} : Gaya pada ban belakang kanan terhadap sumbu x (N)

- δ_1 : Sudut kemudi pada ban depan kiri (*rad*)
 δ_2 : Sudut kemudi pada ban depan kanan (*rad*)

Gaya pada sumbu y pada masing-masing roda dapat dituliskan ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$F_{yc1} = F_{xw1} \cdot \sin(\delta_1) + F_{yw1} \cdot \cos(\delta_1) \quad (2.69)$$

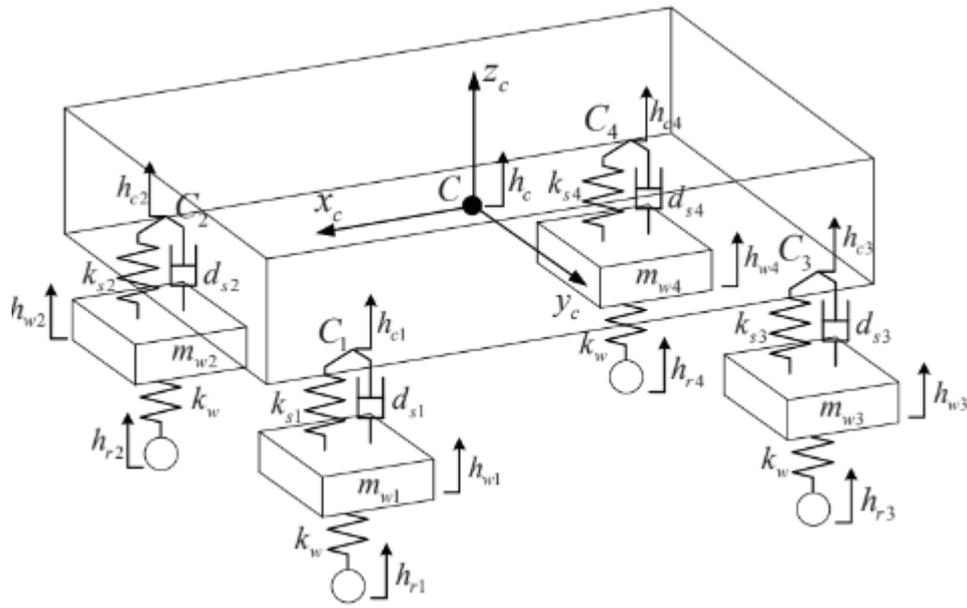
$$F_{yc2} = F_{xw2} \cdot \sin(\delta_2) + F_{yw2} \cdot \cos(\delta_2) \quad (2.70)$$

$$F_{yc3} = F_{yw3} \quad (2.71)$$

$$F_{yc4} = F_{yw4} \quad (2.72)$$

Dimana:

- F_{yc1} : Gaya pada bodi depan kiri terhadap sumbu y (*N*)
 F_{yc2} : Gaya pada bodi depan kanan terhadap sumbu y (*N*)
 F_{yc3} : Gaya pada bodi belakang kiri terhadap sumbu y (*N*)
 F_{yc4} : Gaya pada bodi belakang kanan terhadap sumbu y (*N*)
 F_{xw1} : Gaya pada ban depan kiri terhadap sumbu x (*N*)
 F_{xw2} : Gaya pada ban depan kanan terhadap sumbu x (*N*)
 F_{xw3} : Gaya pada ban belakang kiri terhadap sumbu x (*N*)
 F_{xw4} : Gaya pada ban belakang kanan terhadap sumbu x (*N*)
 F_{yw1} : Gaya pada ban depan kiri terhadap sumbu y (*N*)
 F_{yw2} : Gaya pada ban depan kanan terhadap sumbu y (*N*)
 F_{yw3} : Gaya pada ban belakang kiri terhadap sumbu y (*N*)
 F_{yw4} : Gaya pada ban belakang kanan terhadap sumbu y (*N*)
 δ_1 : Sudut kemudi pada ban depan kiri (*rad*)
 δ_2 : Sudut kemudi pada ban depan kanan (*rad*)



Gambar 2.14. Model suspensi independen

Sumber: Min, et al. (2015), *Modelling and validation of 16 DOF full vehicle model for guidance control*, International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing, p. 400.

Gaya pada arah sumbu z pada masing-masing suspensi yang terhubung dengan bodi kendaraan dapat dibuat ke dalam persamaan berikut:

$$F_{zc1} = -k_{s1}(h_{c1} - h_{w1}) - d_{s1}(\dot{h}_{c1} - \dot{h}_{w1}) \quad (2.73)$$

$$F_{zc2} = -k_{s2}(h_{c2} - h_{w2}) - d_{s2}(\dot{h}_{c2} - \dot{h}_{w2}) \quad (2.74)$$

$$F_{zc3} = -k_{s3}(h_{c3} - h_{w3}) - d_{s3}(\dot{h}_{c3} - \dot{h}_{w3}) \quad (2.75)$$

$$F_{zc4} = -k_{s4}(h_{c4} - h_{w4}) - d_{s4}(\dot{h}_{c4} - \dot{h}_{w4}) \quad (2.76)$$

Dimana:

F_{zc1} : Gaya pada bodi depan kiri terhadap sumbu z (N)

F_{zc2} : Gaya pada bodi depan kanan terhadap sumbu z (N)

F_{zc3} : Gaya pada bodi belakang kiri terhadap sumbu z (N)

F_{zc4} : Gaya pada bodi belakang kanan terhadap sumbu z (N)

k_{s1} : Konstanta pegas pada suspensi depan kiri ($\frac{N}{m}$)

k_{s2} : Konstanta pegas pada suspensi depan kanan ($\frac{N}{m}$)

k_{s3} : Konstanta pegas pada suspensi belakang kiri ($\frac{N}{m}$)

k_{s4} : Konstanta pegas pada suspensi belakang kanan ($\frac{N}{m}$)

- h_{c1} : Ketinggian jalan terhadap bodi depan kiri (m)
 h_{c2} : Ketinggian jalan terhadap bodi depan kanan (m)
 h_{c3} : Ketinggian jalan terhadap bodi belakang kiri (m)
 h_{c4} : Ketinggian jalan terhadap bodi belakang kanan (m)
 h_{w1} : Ketinggian jalan terhadap ban depan kiri (m)
 h_{w2} : Ketinggian jalan terhadap ban depan kanan (m)
 h_{w3} : Ketinggian jalan terhadap ban belakang kiri (m)
 h_{w4} : Ketinggian jalan terhadap ban belakang kanan (m)
 \dot{h}_{c1} : Kecepatan perubahan ketinggian jalan terhadap bodi depan kiri ($\frac{m}{s}$)
 \dot{h}_{c2} : Kecepatan perubahan ketinggian jalan terhadap bodi depan kanan ($\frac{m}{s}$)
 \dot{h}_{c3} : Kecepatan perubahan ketinggian jalan terhadap bodi belakang kiri ($\frac{m}{s}$)
 \dot{h}_{c4} : Kecepatan perubahan ketinggian jalan terhadap bodi belakang kanan ($\frac{m}{s}$)
 \dot{h}_{w1} : Kecepatan perubahan ketinggian jalan terhadap ban depan kiri ($\frac{m}{s}$)
 \dot{h}_{w2} : Kecepatan perubahan ketinggian jalan terhadap ban depan kanan ($\frac{m}{s}$)
 \dot{h}_{w3} : Kecepatan perubahan ketinggian jalan terhadap ban belakang kiri ($\frac{m}{s}$)
 \dot{h}_{w4} : Kecepatan perubahan ketinggian jalan terhadap ban belakang kanan ($\frac{m}{s}$)
 d_{s1} : Konstanta peredam pada suspensi depan kiri ($\frac{Ns}{m}$)
 d_{s2} : Konstanta peredam pada suspensi depan kanan ($\frac{Ns}{m}$)
 d_{s3} : Konstanta peredam pada suspensi belakang kiri ($\frac{Ns}{m}$)
 d_{s4} : Konstanta peredam pada suspensi belakang kanan ($\frac{Ns}{m}$)

Gaya berat pada koordinat bodi kendaraan diperoleh dari matrix rotasi koordinat global terhadap koordinat bodi kendaraan dengan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} F_{xgc} \\ F_{ygc} \\ F_{zgc} \end{bmatrix} = {}^cR \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_c g \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Dimana:

- cR : Matriks rotasi koordinat bodi terhadap koordinat global
 F_{xgc} : Gaya berat bodi pada sumbu x (N)
 F_{ygc} : Gaya berat bodi pada sumbu y (N)

- F_{zgc} : Gaya berat bodi pada sumbu z (N)
 m_c : Massa kendaraan (kg)
 g : Percepatan gravitasi ($\frac{m}{s^2}$)

Gaya-gaya pada koordinat bodi kendaraan kemudian diubah menjadi ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} {}^oF_{xc} \\ {}^oF_{yc} \\ {}^oF_{zc} \end{bmatrix} = {}^oR \begin{bmatrix} F_{xc} \\ F_{yc} \\ F_{zc} \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Dimana:

- ${}^oF_{xc}$: Gaya pada koordinat origin terhadap sumbu x (N)
 ${}^oF_{yc}$: Gaya pada koordinat origin terhadap sumbu y (N)
 ${}^oF_{zc}$: Gaya pada koordinat origin terhadap sumbu z (N)
 oR : Matriks rotasi koordinat bodi terhadap koordinat global
 F_{xc} : Gaya pada bodi pada sumbu x (N)
 F_{yc} : Gaya pada bodi pada sumbu y (N)
 F_{zc} : Gaya pada bodi pada sumbu z (N)

Gerakan memutar searah sumbu x, y, dan z pada kendaraan diakibatkan oleh momen yang bekerja pada sumbu-sumbu tersebut. Persamaan total momen yang bekerja pada masing-masing sumbu dapat dituliskan ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$M_{xc} = M_{xc1} + M_{xc2} + M_{xc3} + M_{xc4} \quad (2.79)$$

$$M_{yc} = M_{yc1} + M_{yc2} + M_{yc3} + M_{yc4} \quad (2.80)$$

$$M_{zc} = M_{zc1} + M_{zc2} + M_{zc3} + M_{zc4} \quad (2.81)$$

Dimana:

- M_{xc} : Momen pada bodi terhadap sumbu x (Nm)
 M_{xc1} : Momen pada bodi depan kiri terhadap sumbu x (Nm)
 M_{xc2} : Momen pada bodi depan kanan terhadap sumbu x (Nm)
 M_{xc3} : Momen pada bodi belakang kiri terhadap sumbu x (Nm)
 M_{xc4} : Momen pada bodi belakang kanan terhadap sumbu x (Nm)
 M_{yc} : Momen pada bodi terhadap sumbu y (Nm)
 M_{yc1} : Momen pada bodi depan kiri terhadap sumbu y (Nm)
 M_{yc2} : Momen pada bodi depan kanan terhadap sumbu y (Nm)

- M_{yc3} : Momen pada bodi belakang kiri terhadap sumbu y (Nm)
 M_{yc4} : Momen pada bodi belakang kanan terhadap sumbu y (Nm)
 M_{zc} : Momen pada bodi terhadap sumbu z (Nm)
 M_{zc1} : Momen pada bodi depan kiri terhadap sumbu z (Nm)
 M_{zc2} : Momen pada bodi depan kanan terhadap sumbu z (Nm)
 M_{zc3} : Momen pada bodi belakang kiri terhadap sumbu z (Nm)
 M_{zc4} : Momen pada bodi belakang kanan terhadap sumbu z (Nm)

Momen pada arah sumbu x dapat dituliskan ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$M_{xc1} = (h_{c1} + l_s + r_w)F_{yc1} + b \cdot F_{zc1} \quad (2.82)$$

$$M_{xc2} = (h_{c2} + l_s + r_w)F_{yc2} + b \cdot F_{zc2} \quad (2.83)$$

$$M_{xc3} = (h_{c3} + l_s + r_w)F_{yc3} + b \cdot F_{zc3} \quad (2.84)$$

$$M_{xc4} = (h_{c4} + l_s + r_w)F_{yc4} + b \cdot F_{zc4} \quad (2.85)$$

Dimana:

- M_{xc1} : Momen pada bodi depan kiri terhadap sumbu x (Nm)
 M_{xc2} : Momen pada bodi depan kanan terhadap sumbu x (Nm)
 M_{xc3} : Momen pada bodi belakang kiri terhadap sumbu x (Nm)
 M_{xc4} : Momen pada bodi belakang kanan terhadap sumbu x (Nm)
 F_{yc1} : Gaya pada bodi depan kiri sumbu y (N)
 F_{yc2} : Gaya pada bodi depan kanan sumbu y (N)
 F_{yc3} : Gaya pada bodi belakang kiri sumbu y (N)
 F_{yc4} : Gaya pada bodi belakang kanan sumbu y (N)
 F_{zc1} : Gaya pada bodi depan kiri sumbu z (N)
 F_{zc2} : Gaya pada bodi depan kanan sumbu z (N)
 F_{zc3} : Gaya pada bodi belakang kiri sumbu z (N)
 F_{zc4} : Gaya pada bodi belakang kanan sumbu z (N)
 h_{c1} : Ketinggian jalan pada bodi depan kiri (m)
 h_{c2} : Ketinggian jalan pada bodi depan kanan (m)
 h_{c3} : Ketinggian jalan pada bodi belakang kiri (m)
 h_{c4} : Ketinggian jalan pada bodi belakang kanan (m)
 b : Jarak roda kanan atau kiri menuju COG (m)
 l_s : Ketinggian suspensi (m)
 r_w : Radius roda (m)

- a_f : Jarak roda depan menuju COG (m)
 a_r : Jarak roda belakang menuju COG (m)

Momen pada arah sumbu y dapat dituliskan ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$M_{yc1} = -(h_{c1} + l_s + r_w)F_{xc1} - a_f \cdot F_{zc1} \quad (2.86)$$

$$M_{yc2} = -(h_{c2} + l_s + r_w)F_{xc2} - a_f \cdot F_{zc2} \quad (2.87)$$

$$M_{yc3} = -(h_{c3} + l_s + r_w)F_{xc3} + a_r \cdot F_{zc3} \quad (2.88)$$

$$M_{yc4} = -(h_{c4} + l_s + r_w)F_{xc4} + a_r \cdot F_{zc4} \quad (2.89)$$

Dimana:

- M_{yc1} : Momen pada bodi depan kiri terhadap sumbu y (Nm)
 M_{yc2} : Momen pada bodi depan kanan terhadap sumbu y (Nm)
 M_{yc3} : Momen pada bodi belakang kiri terhadap sumbu y (Nm)
 M_{yc4} : Momen pada bodi belakang kanan terhadap sumbu y (Nm)
 F_{xc1} : Gaya pada bodi depan kiri sumbu x (N)
 F_{xc2} : Gaya pada bodi depan kanan sumbu x (N)
 F_{xc3} : Gaya pada bodi belakang kiri sumbu x (N)
 F_{xc4} : Gaya pada bodi belakang kanan sumbu x (N)
 F_{zc1} : Gaya pada bodi depan kiri sumbu z (N)
 F_{zc2} : Gaya pada bodi depan kanan sumbu z (N)
 F_{zc3} : Gaya pada bodi belakang kiri sumbu z (N)
 F_{zc4} : Gaya pada bodi belakang kanan sumbu z (N)
 h_{c1} : Ketinggian jalan pada bodi depan kiri (m)
 h_{c2} : Ketinggian jalan pada bodi depan kanan (m)
 h_{c3} : Ketinggian jalan pada bodi belakang kiri (m)
 h_{c4} : Ketinggian jalan pada bodi belakang kanan (m)
 b : Jarak roda kanan atau kiri menuju COG (m)
 l_s : Ketinggian suspensi (m)
 r_w : Radius roda (m)
 a_f : Jarak roda depan menuju COG (m)
 a_r : Jarak roda belakang menuju COG (m)

Momen pada arah sumbu z dapat dituliskan ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$M_{zc1} = -b \cdot F_{xc1} + a_f F_{yc1} \quad (2.90)$$

$$M_{zc2} = b \cdot F_{xc2} + a_f F_{yc2} \quad (2.91)$$

$$M_{zc3} = -b \cdot F_{xc3} + a_r F_{yc3} \quad (2.92)$$

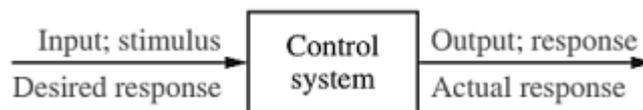
$$M_{zc4} = b \cdot F_{xc4} + a_r F_{yc4} \quad (2.93)$$

Dimana:

- M_{zc1} : Momen pada bodi depan kiri terhadap sumbu z (Nm)
- M_{zc2} : Momen pada bodi depan kanan terhadap sumbu z (Nm)
- M_{zc3} : Momen pada bodi belakang kiri terhadap sumbu z (Nm)
- M_{zc4} : Momen pada bodi belakang kanan terhadap sumbu z (Nm)
- F_{xc1} : Gaya pada bodi depan kiri sumbu x (N)
- F_{xc2} : Gaya pada bodi depan kanan sumbu x (N)
- F_{xc3} : Gaya pada bodi belakang kiri sumbu x (N)
- F_{xc4} : Gaya pada bodi belakang kanan sumbu x (N)
- F_{yc1} : Gaya pada bodi depan kiri sumbu y (N)
- F_{yc2} : Gaya pada bodi depan kanan sumbu y (N)
- F_{yc3} : Gaya pada bodi belakang kiri sumbu y (N)
- F_{yc4} : Gaya pada bodi belakang kanan sumbu y (N)
- a_f : Jarak roda depan menuju CG (m)
- a_r : Jarak roda belakang menuju CG (m)
- b : Jarak roda kanan atau kiri menuju CG (m)

2.6. Sistem Kontrol

Sebuah sistem kontrol umumnya terdiri dari berbagai subsistem dan proses yang saling terhubung dengan tujuan untuk mencapai keluaran (*output*) yang diinginkan dari suatu masukan (*input*) tertentu. Gambar 2.15, dimana terdapat suatu *input* yang diolah oleh sistem kontrol untuk menghasilkan *output* yang diinginkan. Pendekatan ini merupakan representasi sederhana dari suatu sistem kontrol, di mana proses pengolahan informasi mengarah pada pencapaian tujuan yang telah ditentukan (Nise, 2011).



Gambar 2.15. Sistem kontrol *close loop*

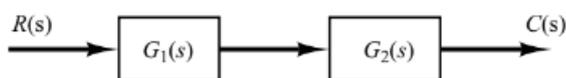
Sumber: Nise, N. (2011), *Control systems engineering*. John Wiley & Sons, Inc., p. 2.

Dalam sebuah sistem kontrol, aspek yang umumnya menjadi perhatian melibatkan respons transien dan *error steady state*. Respons transien menyangkut seberapa cepat suatu sistem merespon terhadap input yang diberikan. Jika respons terlalu cepat, dapat muncul "kejutan" yang tidak diinginkan, sementara jika terlalu lambat, sistem mungkin tidak mampu mengikuti perubahan input dengan baik.

Sementara itu, *error steady state* berkaitan dengan seberapa besar perbedaan antara input dan output sistem kontrol ketika waktu mendekati tak hingga atau telah melewati fase transien. *Monitoring* dan mengontrol *error steady state* menjadi kritis untuk memastikan bahwa keluaran sistem mendekati nilai yang diinginkan secara stabil setelah fase transien selesai. Perhatian terhadap kedua aspek ini penting untuk mencapai kinerja yang optimal dalam suatu sistem kontrol.

2.6.1. Sistem Kontrol *Open Loop*

Sistem kontrol *open loop* berarti *output* yang dihasilkan dari sistem kontrol tidak akan lagi mempengaruhi sistem kontrol tersebut. Hal ini membuat output yang dihasilkan tidak lagi mempengaruhi sistem kontrol yang telah dilewati. Sistem kontrol *open loop* akan sangat bergantung pada kalibrasi sistem di awal untuk bisa mendapatkan hasil yang cukup akurat (Ogata, 2010). Biasanya sistem seperti ini digunakan untuk sistem seperti ini digunakan untuk sistem yang dioperasikan secara langsung pada waktu itu juga, contohnya adalah palang kereta api yang dioperasikan membuka dan menutup oleh operator palang kereta api.



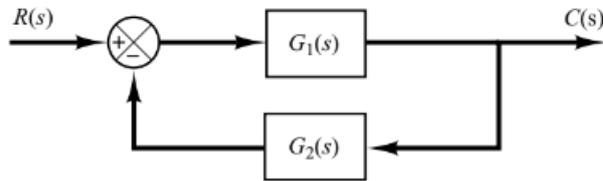
Gambar 2.16. Sistem kontrol *open loop*

Sumber: Ogata, K. (2010), *Modern control engineering*. Pearson Education, Inc., p. 20.

2.6.2. Sistem Kontrol *Close Loop*

Suatu sistem kontrol yang memiliki *feedback* dinamakan sebagai sistem kontrol *close loop*. Dalam sebuah sistem kontrol *close loop*, *error* yang dihasilkan karena adanya perbedaan *input* dan *output* yang akan dimasukkan kembali ke sistem kontrol dan kemudian akan dimasukkan diolah kembali didalam sistem kontrol yang kemudian dikeluarkan kembali sebagai

keluaran yang diharapkan keluaran yang baru ini bisa memperkecil *error* yang akan didapatkan (Ogata, 2010).



Gambar 2.17. *Unit step response* dari sistem

Sumber: Ogata, K. (2010), *Modern control engineering*. Pearson Education, Inc., p. 20.

2.6.3. Tujuan Analisa dan Desain Sistem Kontrol

Dua hal yang menjadi tujuan dari analisa dan desain sistem kontrol adalah stabilitas dan desain yang kuat (*robust*). Pada sistem yang stabil maka natural response memiliki nilai 0 (nol), sehingga hanya menyisakan *force response* (respon paksa). *Force response* merupakan respon yang bergantung dengan input yang diberikan kepada sebuah sistem kontrol. Jika sistem stabil maka akan membuat kontrol terhadap sistem transien dan respon *error steady state* bisa dilakukan. Sedangkan desain yang kuat memiliki pengertian sistem tersebut tidak mudah berubah terhadap perubahan parameter dari sistem kontrol tersebut, diharapkan apabila ada perubahan parameter sistem kontrol tetap stabil.

2.7. Sistem Kontrol PID

Sistem kontrol PID (*Proporsional, Integral, dan Derivatif*) merupakan salah satu sistem kontrol yang paling umum digunakan dalam berbagai aplikasi. Hal ini terjadi karena sistem Kontrol PID banyak disebabkan oleh kemudahan implementasinya, struktur yang relatif sederhana, kemudahan perawatan, dan tingkat keandalan yang tinggi. Sistem kontrol PID memiliki tiga metode pengontrolan utama. Pertama, terdapat pengontrol *proporsional* (P) yang berbanding lurus dengan besarnya *error*. Kedua, pengontrol *integral* (I) yang berbanding lurus dengan integral *error*, dan terakhir, pengontrol *derivatif* (D) yang berbanding lurus dengan turunan pertama *error*. Kombinasi dari ketiga pengontrol ini memberikan keberagaman dan kemampuan adaptasi yang baik pada sistem kontrol PID untuk menanggapi berbagai kondisi dan perubahan dalam sistem yang dikontrol. *Proportional controller* memiliki tujuan untuk dapat meningkatkan waktu respon dari sebuah sistem. *Proportional controller* dapat dituliskan ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$u(t) = K_p e(t) \quad (2.94)$$

Dimana:

- $u(t)$: *Output controller*
- K_p : Konstanta proporsional
- $e(t)$: Sinyal error

Tujuan mengontrol nilai K_p adalah mengontrol waktu respon dari sebuah sistem. *Proportional controller* akan mengurangi *error* yang akan muncul sebanding dengan besaran konstanta yang diberikan. *Integral controller* dapat dituliskan ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$u(t) = K_I \int e(t) dt \quad (2.95)$$

Dimana:

- $u(t)$: *Output controller*
- K_I : Konstanta integral
- $e(t)$: Sinyal error

Dengan merubah nilai K_I , maka akan memengaruhi nilai *error steady state*, namun perlu diperhatikan bahwa kontroler ini juga memiliki efek *overshoot*. *Integral controller* ini akan memperhatikan *total error* yang akan terjadi selama sistem berjalan. *Derivative controller* dapat dituliskan ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$u(t) = K_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (2.96)$$

Dimana:

- $u(t)$: *Output controller*
- K_D : Konstanta *derivative*
- $e(t)$: Sinyal error

Persamaan model PID yang digabungkan menjadi satu akan memunculkan persamaan sebagai berikut:

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (2.97)$$

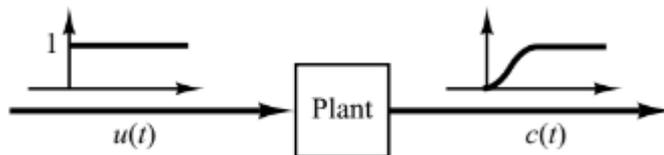
Dimana:

- $u(t)$: *Output controller*

- K_p : Konstanta proporsional
- K_I : Konstanta integral
- K_D : Konstanta *derivative*
- $e(t)$: Sinyal error

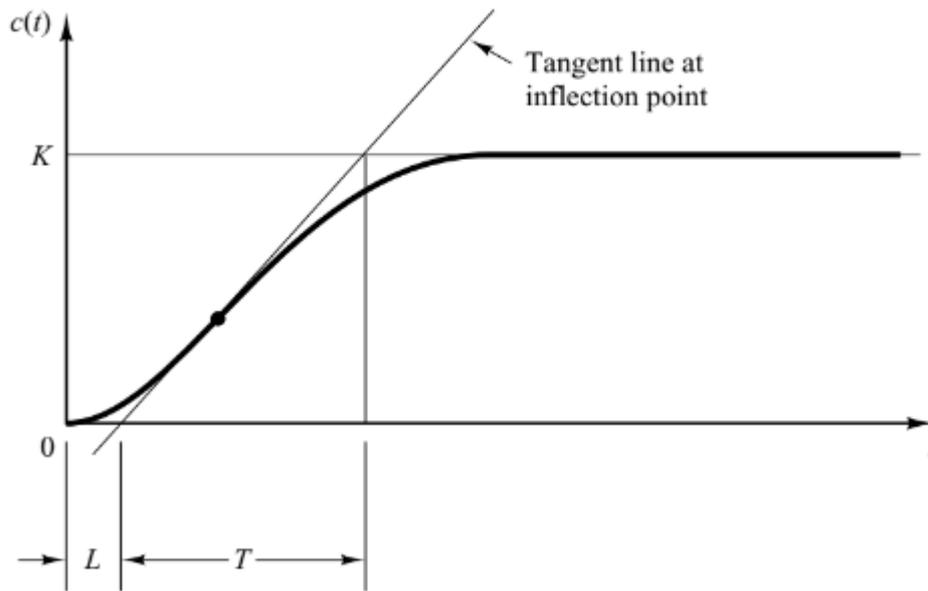
Kontroler ini akan digunakan untuk meningkatkan stabilitas pada sistem *closed-loop*. *Derivative controller* akan memperhatikan seberapa besar gradien dari *error* terhadap waktu. *Derivative controller* ini sangat sensitif terhadap noise atau gangguan. Oleh karena itu, perlu menjaga agar *noise* yang muncul tidak terlalu tinggi, dan untuk itu, diterapkan *low pass filter*. Penggunaan *low pass filter* bertujuan untuk memperoleh hasil yang optimal.

Penentuan konstanta untuk *proportional controller*, *integral controller*, dan *derivative controller* memerlukan perhatian khusus. Metode paling umum untuk menentukan nilai konstanta-konstanta ini adalah melalui metode *trial and error*. Meskipun metode ini dapat memberikan hasil terbaik, namun sayangnya memerlukan waktu yang cukup lama. Untuk membantu memberikan estimasi nilai awal konstanta pada sistem dinamis yang akan dikontrol menggunakan PID, metode *Ziegler-Nichols rule* sering digunakan. Metode ini terdiri dari dua langkah, dengan langkah pertama adalah memberikan *input step value* kepada sistem, seperti yang digambarkan pada Gambar 2.19 (Ogata, 2010).



Gambar 2.18. *Unit step response* dari sistem

Sumber: Ogata, K. (2010), *Modern control engineering*. Pearson Education, Inc., p. 569.



Gambar 2.19. Metode pertama aturan Ziegler-Nichols

Sumber: Ogata, K. (2010), *Modern control engineering*. Pearson Education, Inc., p. 569.

Melalui perhitungan nilai T & L yang didapatkan dari grafik respon sistem maka konstanta-konstanta PID dapat dibuat ke dalam persamaan sebagai berikut:

Tabel 2.1.

Metode Pertama *Ziegler-Nichols Rule*

Controller Type	K_p	K_I	K_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Sumber: Ogata, K. (2010), *Modern control engineering*. Pearson Education, Inc., p. 570.

Metode kedua adalah dengan hanya menggunakan *proportional controller*, dimana nilai diberikan dari nol hingga sistem mengalami osilasi (getaran) untuk pertama kalinya. Konstanta proportional ini nantinya akan disimbolkan dengan K_{cr} dan Periode osilasi disimbolkan dengan P_{cr} . Maka konstanta-konstanta PID dapat ditulis ke dalam persamaan berikut:

Tabel 2.2.

Metode Kedua Ziegler-Nichols Rule

Controller Type	K_p	K_I	K_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5 P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Sumber: Ogata, K. (2010), *Modern control engineering*. Pearson Education, Inc., p. 571.

Model kontrol PID memiliki beberapa kelebihan yang membuatnya sering digunakan di industri. Model ini telah teruji dan banyak digunakan dalam berbagai riset dan penelitian. Sebagai model kontrol *feedback*, bagian derivative pada PID mampu menangani perubahan beban pada sistem dengan efektif.

Namun, model kontrol PID juga memiliki beberapa kelemahan. *Overshoot* dan *undershoot* yang mungkin terjadi dapat mengurangi umur pakai dari aktuator. Model ini bergantung pada model matematis dari sistem, sehingga kurang cocok untuk kasus model nonlinear. Proses pengujian sering membutuhkan waktu yang lama, dan performanya terbatas. Pemilihan konstanta yang tidak tepat dapat membuat sistem menjadi tidak stabil (Behrooz et al., 2018).

2.8. In-Wheel Motors (IWM)

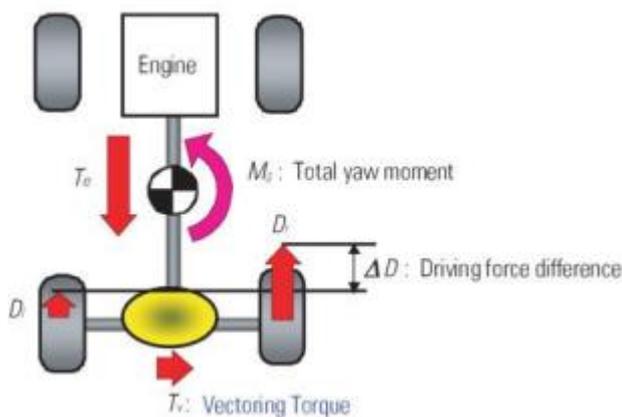
IWM merupakan model motor listrik yang penempatannya ditelakkan langsung pada velg kendaraan. Model IWM ini pertama kali digunakan pada mobil The Lohrner Porsche yang motornya sendiri didesain oleh Dr. Ferdinand Porsche pada tahun 1900. Dengan karakteristik dari IWM, kendaraan memiliki interior yang lebih luas, *center of gravity* dapat dibuat lebih rendah, dan efisiensi energi dan kestabilan yang lebih tinggi (Kim et al., 2010).

2.9. Torque Vectoring (TV)

TV merupakan sebuah sistem yang mampu mengatur keluaran torsi dan arah dari torsi itu sendiri. Tujuan dari *Torque Vectoring* adalah mendapatkan traksi terbaik dan mempengaruhi dinamika kendaraan (Wheals et al., 2004). Istilah TV pertama kali diperkenalkan oleh Richardo PLC, sebuah perusahaan pengembang teknologi dalam bidang otomotif pada SAE Technical

Paper 2004-01-0863. Teknologi TV dikembangkan untuk diferensial mobil 4WD untuk mendistribusikan torsi keluaran dari mesin sesuai dengan kondisi dinamika kendaraan.

Dengan adanya IWM maka akan sangat memudahkan sistem TV untuk dapat diaplikasikan ke dalam kendaraan listrik. Hal ini dibuktikan dengan banyaknya model sistem kontrol yang digunakan untuk dapat melakukan kontrol terhadap sistem TV. Untuk dapat mengetahui gambaran prinsip kerja sistem TV dapat dilihat pada Gambar 2.20.



Gambar 2.20. Sistem *Torque Vectoring*

Sumber: Stoop, A. (2014), *Design and implementation of torque vectoring for the force racing car*. Delft University of Technology, p. 12.

Secara umum kontrol TV dapat dibagi menjadi 3 jenis, yaitu kontrol jenis pasif, kontrol jenis aktif, dan kontrol jenis elektrik. Kontrol jenis pasif memanfaatkan penggunaan pengereman pada masing-masing roda kendaraan. Model ini pertama kali dikenalkan pada kendaraan formula satu McLaren Mercedes pada tahun 1997. Kontrol ini memiliki kelebihan yaitu tidak membutuhkan tambahan komponen untuk mengontrol torsi pada roda kendaraan. Kelemahan dari kontrol jenis pasif adalah terdapat pengurangan kecepatan kendaraan dan abrasi pada rem.

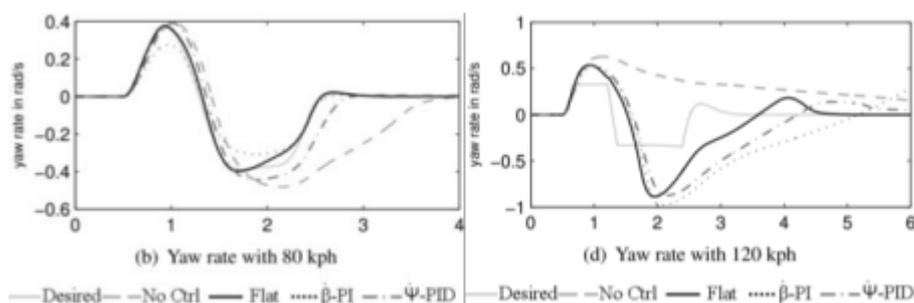
Kontrol jenis aktif menggunakan bantuan komponen tambahan. Komponen tambahan yang digunakan berupa diferensial yang mampu memisahkan torsi pada roda kiri dan roda kanan. Terdapat tambahan komponen berupa roda gigi dan kopleng pada diferensial. Jenis ini digunakan pada Mitsubishi EVO II pada World Rally Championship 1994. Kelebihan dari kontrol jenis aktif adalah meningkatkan kelincahan, efektivitas sistem, mengurangi usaha untuk melakukan steering, dan tidak adanya *velocity lost* (kehilangan kecepatan). Sementara itu, kelemahan dari kontrol jenis aktif adalah perlunya komponen tambahan yang dapat menambah bobot kendaraan dan biaya serta hanya dapat bekerja pada saat kendaraan berakselerasi.

Jenis terakhir adalah kontrol sistem elektrik. Kontrol sistem elektrik digunakan pada kendaraan listrik dengan motor penggerak lebih dari satu. Kontrol sistem elektrik akan sangat akurat dan cepat sehingga akan meningkatkan efisiensi kontrol. Jenis ini juga tidak membutuhkan perangkat tambahan sehingga tidak akan menambah bobot dari kendaraan tersebut. Namun kontrol sistem elektrik perlu memperhatikan jaminan bahwa tidak akan ada momen *yaw* yang tidak diinginkan yang dapat mengakibatkan kendaraan menjadi tidak stabil dan dapat membuat terjadinya kecelakaan.

2.9.1. Sistem TV dengan Kontrol PID

Penelitian ini dilakukan oleh Kaiser et al. (2011) dengan menggunakan gabungan atau kombinasi dari kontroler PID dengan *Linear Quadratic Gaussian* (LQG) untuk menghitung gaya longitudinal dan momen *yaw* yang diinginkan. Kontroler LQG digunakan untuk mengurangi error akibat ketidakpastian pada model dan variasi parameter. Kontroler PID digunakan untuk menghilangkan *disturbance* (gangguan) pada arah longitudinal. Sistem TV yang dikembangkan juga dilengkapi dengan kontroler *feed forward* untuk meningkatkan dinamika sistem. Model yang digunakan adalah model dinamika kendaraan dengan 14 DOF dan *Dugoff tire model* untuk model ban yang digunakan.

Kelemahan pada penelitian ini adalah kontroler memiliki waktu respon yang cukup lama ketika kendaraan bermanuver dengan kecepatan tinggi di 120 km/h. Hal ini terlihat dari grafik *yaw rate* pada Gambar 2.21., yang dibandingkan dengan *yaw rate* pada kecepatan 80 km/h. Hal ini sebagian besar disebabkan oleh ban yang digunakan bukan model ban nonlinear, seperti yang digunakan pada beberapa penelitian yang dibahas sebelumnya (*Pacejka tire model*). Selain itu, hal ini juga disebabkan oleh batas maksimum dari gaya-gaya pada ban (Kaiser et al., 2011). Melalui model ini juga dapat terlihat bagaimana kontrol dengan PID berdasarkan *yaw rate* telah dapat menghasilkan hasil yang hampir sama dengan menggunakan PID dan LQG.



Gambar 2.21. *Yaw rate* yang diperoleh dari hasil simulasi sistem (garis tebal lurus) pada kecepatan 80 km/h (kiri) dan 120 km/h (kanan)

Sumber: Kaiser et al., (2011), *Torque vectoring with a feedback and feed forward Controller - applied to a through the road hybrid electric vehicle*, IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), p. 452.

Metode kontrol lain dengan PID telah dilakukan oleh Joao Antunes, et al. Kontrol yang digunakan adalah kontrol PI dan LQG. Kontrol PI dipilih karena memiliki kemudahan dalam melakukan tuning. Kontrol LQG dipilih karena untuk dapat mengatasi perubahan yang diluar prediksi. Input pada kontrol PI adalah *yaw rate* dengan *output* adalah torsi perbaikan yang dibutuhkan. Pada kontrol LQG input yang diberikan berupa *yaw rate* dan kecepatan longitudinal dari kendaraan. Pada kontrol PI didapati terdapat perbedaan nilai konstanta P dan I pada tiap kecepatan yang berbeda (Artunes et al., 2019).

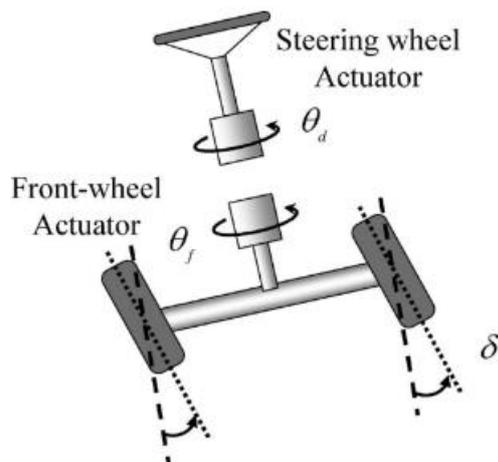
Penelitian lainnya mengenai sistem TV dengan menggunakan kontroler PID dilakukan oleh Andre Saputra. Kontroler PID digunakan karena adanya beberapa pertimbangan, yaitu diperlukannya kontroler yang dapat di-*tuning* dengan mudah, kestabilan kontroler, dan kemudahan dalam perancangan kontroler (Saputra A, 2020). Beberapa kelebihan dari kontrol PID yang menjadi alasan kontroler PID dipilih dalam penelitian ini.

Manuver yang digunakan pada penelitian ini adalah *full throttle acceleration* (FTA), *split μ acceleration*, dan *double lane change* (DLC). Model mobil yang digunakan pada penelitian ini adalah BMW X6. Pada penelitian ini tidak digunakan mobil asli, namun menggunakan model matematis dari model mobil tersebut dengan membuat persamaan-persamaan beserta dengan parameter-parameter yang dibutuhkan. Pada penelitian ini pemodelan kendaraan menggunakan 14 DOF dan model ban yang digunakan pada penelitian ini adalah model ban *magic formula* atau model ban Pacejka.

Hasil yang didapatkan pada penelitian ini cukup memuaskan. Hal ini dikarenakan oleh hasil simulasi dan perbandingan antara yang menggunakan sistem TV berhasil mendekati nilai reference yang telah ditentukan sebelumnya daripada yang tidak menggunakan sistem TV pada proses simulasi. Sistem TV yang dirancang berhasil dalam mengontrol kendaraan pada semua kondisi manuver yang telah ditentukan sebelumnya. Kekurangan pada penelitian ini adalah dinamika kendaraan dimodelkan secara linier, sehingga tidak relevan dengan kondisi yang berada di lapangan.

2.10. Sistem Kemudi (*Steering System*)

Sistem kemudi adalah bagian dari sistem kendaraan yang bertanggung jawab untuk mengontrol arah pergerakan kendaraan. Fungsi utama sistem kemudi adalah memberikan kemampuan kepada pengemudi untuk mengubah arah kendaraan sesuai dengan keinginan mereka. Sistem kemudi merupakan suatu aspek yang cukup krusial dalam suatu kendaraan. Sistem kemudi memainkan suatu peran yang penting dalam keselamatan seorang pengemudi. Sistem kemudi yang baik dan efisien sangat penting untuk keselamatan dan kenyamanan pengendalian. Beberapa kendaraan mungkin memiliki sistem kemudi yang lebih kompleks, seperti pada mobil *sport* atau kendaraan *offroad*, yang dapat mencakup fitur-fitur tambahan untuk meningkatkan kinerja dan stabilitas. Salah satu fitur tambahan yang dapat meningkatkan kinerja serta stabilitas dari kendaraan adalah dengan mengontrol *steering angle* dalam sistem kemudi agar menjadi stabil.



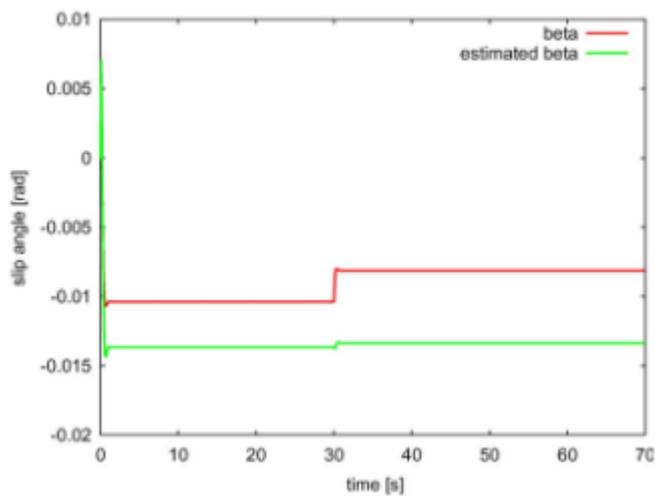
Gambar 2.22. *Steering system* dengan *steer-by-wire*

Sumber: Ohara, H., & Murakami, T. (2008), *A stability control by active angle control of front-wheel in a vehicle system*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, p. 1280.

2.10.1. Kontrol *Steering Angle* dengan *PID Controller*

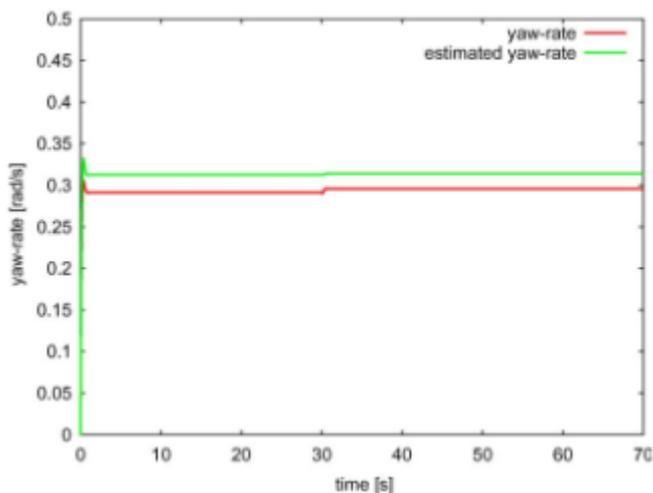
Penelitian yang dilakukan oleh Ohara & Marukami mengontrol sudut kemudi (*steering angle*) dari sebuah kendaraan dengan menggunakan *controller proportional derivative* (PD) dengan *disturbance observer*. Controller PD digunakan untuk menghitung *yaw rate* serta sudut kemudi dan menggunakan kembali sebagai *feedback value* dalam kontroler. Selain melakukan simulasi, pada penelitian ini juga melakukan eksperimen terhadap kendaraan asli yang dibuat mandiri untuk memperkuat hasil yang didapatkan pada simulasi.

Hasil yang didapatkan dengan menggunakan kontroler dalam penelitian dengan melakukan simulasi adalah kontroler mampu menghasilkan *yaw rate* serta *sideslip* yang mendekati dengan yang diharapkan. Hasil yang didapat dapat dilihat pada Gambar 2.23. & Gambar 2.24. Hasil Eksperimen juga menunjukkan hasil yang baik, dimana kontroler mampu membuat kendaraan tetap stabil pada manuvernya. Hasil eksperimen dapat dilihat pada Gambar 2.25 dapat dilihat bahwa hasil eksperimen yang dicapai mendekati *yaw rate* yang diinginkan jika dibandingkan pada *conventional observer*.



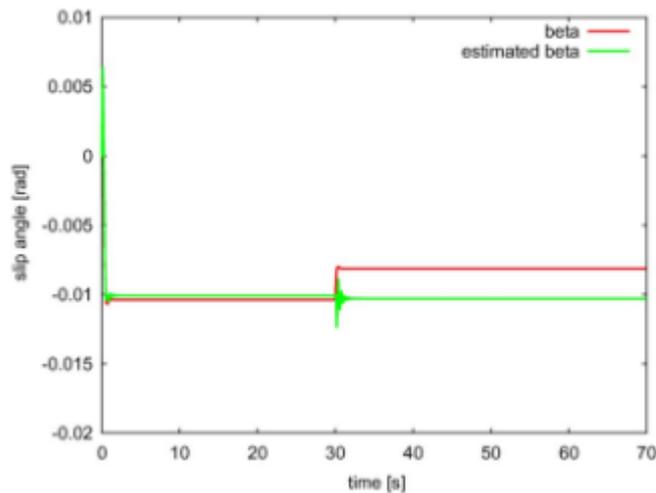
Gambar 2.23. Grafik *sideslip* terhadap waktu oleh *conventional observer*

Sumber: Ohara, H., & Murakami, T. (2008), *A stability control by active angle control of front-wheel in a vehicle system*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, p. 1282.

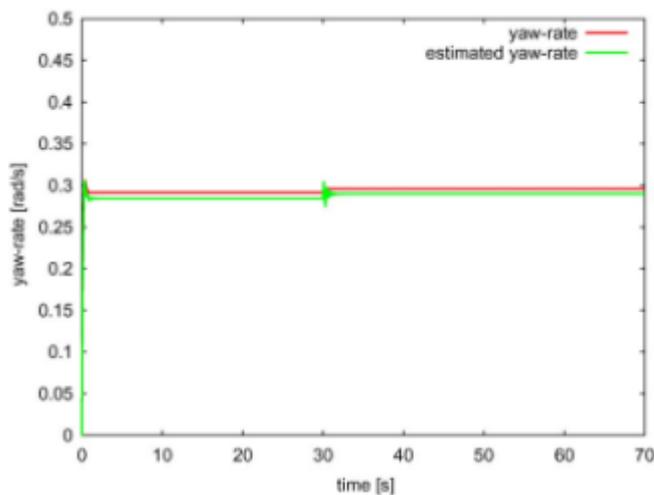


Gambar 2.24. Grafik *yaw rate* terhadap waktu oleh *conventional observer*

Sumber: Ohara, H., & Murakami, T. (2008), *A stability control by active angle control of front-wheel in a vehicle system*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, p. 1282.



Gambar 2.25. Grafik *sideslip* terhadap waktu oleh *controller* yang diajukan
 Sumber: Ohara, H., & Murakami, T. (2008), *A stability control by active angle control of front-wheel in a vehicle system*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, p. 1282.

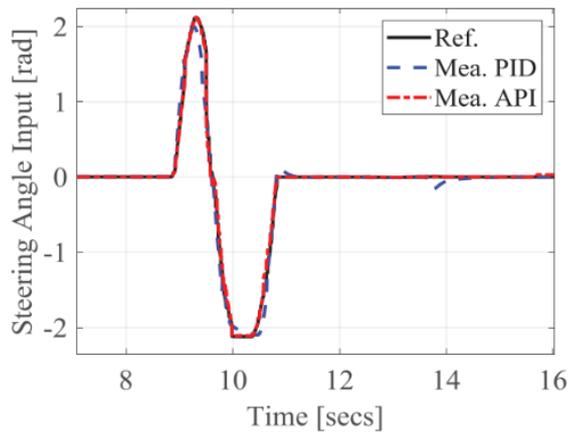


Gambar 2.26. Grafik *yaw rate* terhadap waktu oleh *controller* yang diajukan
 Sumber: Ohara, H., & Murakami, T. (2008), *A stability control by active angle control of front-wheel in a vehicle system*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, p. 1282.

Penelitian yang dilakukan oleh Faudzi & Irrawan adalah melakukan kontrol *steering angle* dengan menggunakan *Antiwindup Proportional Integral (API) controller*. Pada penelitian ini yang menjadi *feedback value* adalah *correction steering angle*. Penelitian ini digunakan *rack steering vehicle (RSV)* sebagai model kendaraannya.

Pada penelitian ini membuktikan bahwa dengan menggunakan *API controller* mendapatkan hasil yang lebih baik daripada dengan menggunakan kontroler PID konvensional.

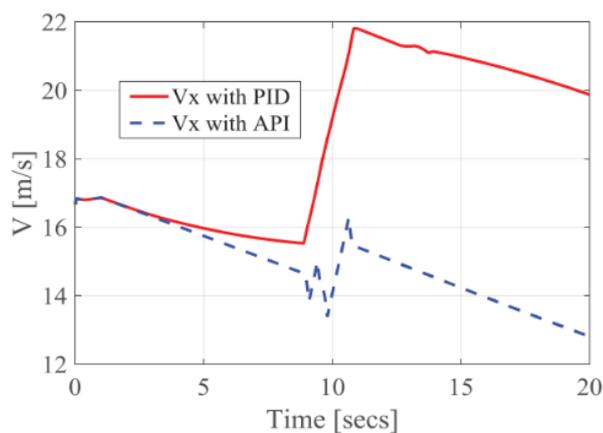
Hasil penelitian dapat dilihat di Gambar 2.27. dengan menggunakan kontroler PID konvensional sulit untuk menjaga kestabilan pada $t = 8$ s sampai $t = 12$ s. Namun dengan menggunakan kontroler API dapat mendekati referensi yang diharapkan.



Gambar 2.27. Performa dari steering input API controller vs PID controller

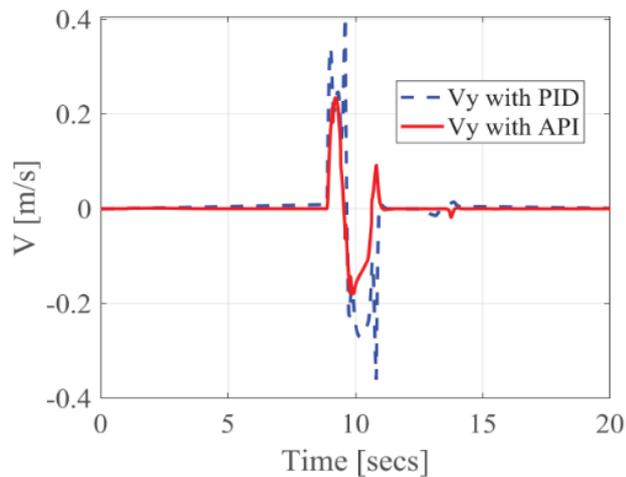
Sumber : Faudzi, F. K., Irawan, A. (2020). *Steering angle control of rack steering vehicle using antiwindup-PI-control*. International Journal of Electrical Engineering and Applied Sciences, p. 4.

Pada Gambar 2.28. dapat dilihat bahwa kecepatan yang diukur jauh lebih rendah dengan menggunakan kontroler API daripada PID, sehingga membuat kecepatan menjadi lebih rendah dari sudut pandang kendaraan. Walaupun ada sedikit turbulensi pada kecepatan dengan menggunakan kontroler API pada $t = 8$ s & $t = 12$ s.



Gambar 2.28. Performa kecepatan pada sumbu x dengan API controller vs PID controller

Sumber : Faudzi, F. K., Irawan, A. (2020). *Steering angle control of rack steering vehicle using antiwindup-PI-control*. International Journal of Electrical Engineering and Applied Sciences, p. 4.

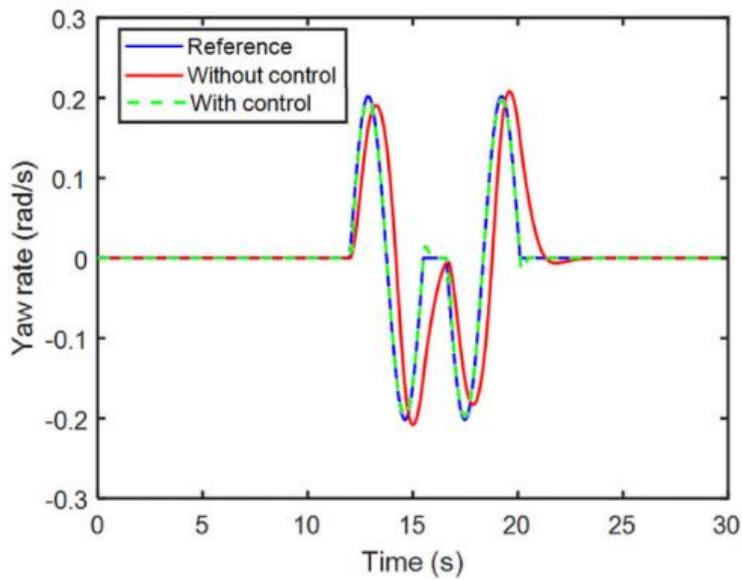


Gambar 2.29. Performa kecepatan pada sumbu y dengan API controller vs PID controller
 Sumber : Faudzi, F. K., Irawan, A. (2020). *Steering angle control of rack steering vehicle using antiwindup-PI-control*. International Journal of Electrical Engineering and Applied Sciences, p. 4.

2.10.2. Kontrol *Steering Angle* dengan LQR Controller

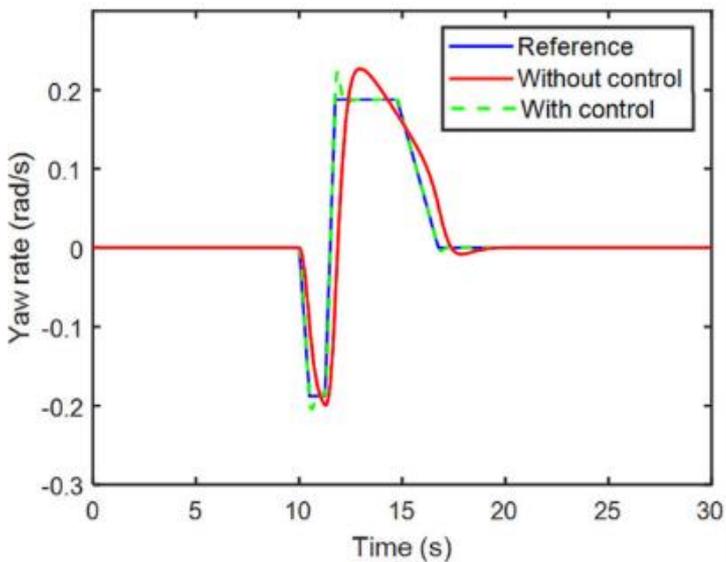
Penelitian yang dilakukan oleh Wang et al. adalah mengontrol *steering angle* dengan menggunakan *Linear Quadratic Regulator (LQR) Controller*. Penelitian ini difokuskan dalam mengontrol kendaraan pada jalanan dengan koefisien gesek yang rendah, seperti jalan es. Dalam penelitian ini yang menjadi basis feedback value dalam kontroler adalah sudut kemudi dan yaw rate yang dihasilkan dalam perhitungan di dalam kontroler. Pada penelitian ini model kendaraan yang dipakai adalah model dengan basis *bicycle model*, sehingga membuat model kendaraan tersebut hanya menggunakan 2 DOF. Dalam melakukan validasinya, penulis menggunakan *software* Carsim, karena Carsim dinilai memiliki data yang cukup akurat dengan dunia nyata (Wang et al., 2022).

Hasil dari penelitian ini adalah kontroler dapat membuat kendaraan menjadi lebih stabil pada dua manuver yang berbeda. Pada Gambar 2.30. dan Gambar 2.31., kendaraan yang menggunakan kontroler mampu membuat kendaraan yang dikontrol mendekati reference dari yang telah ditentukan pada *software* Carsim. Kekurangan pada penelitian ini adalah model kendaraan yang dipakai hanya memiliki 2 DOF, dimana 2 DOF merupakan kondisi kendaraan yang sangat jauh dari kendaraan asli. Hal ini membuat kontroler yang dirancang kurang memenuhi dari kondisi aslinya.



Gambar 2.30. Grafik perbandingan *yaw rate* yang dikontrol dan *yaw rate* yang tidak dikontrol terhadap waktu pada manuver *double lane change*

Sumber: Wang, et al. (2022), *Integrated stability control for a vehicle in the vehicle-to-grid system on low adhesion coefficient road*. *Frontiers in Energy Research*, p. 8.



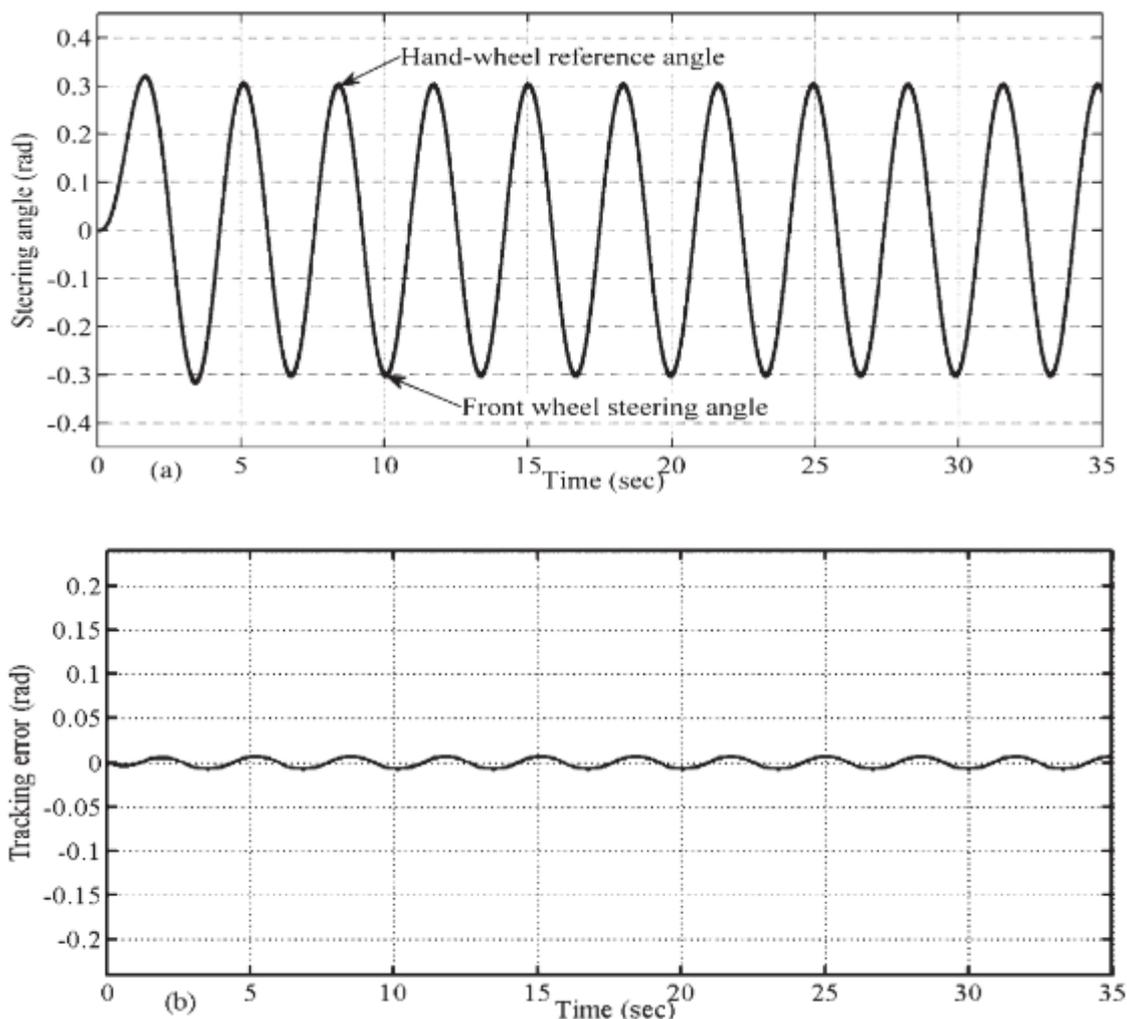
Gambar 2.31. Grafik perbandingan *yaw rate* yang dikontrol dan *yaw rate* yang tidak dikontrol terhadap waktu pada manuver *fishhook*

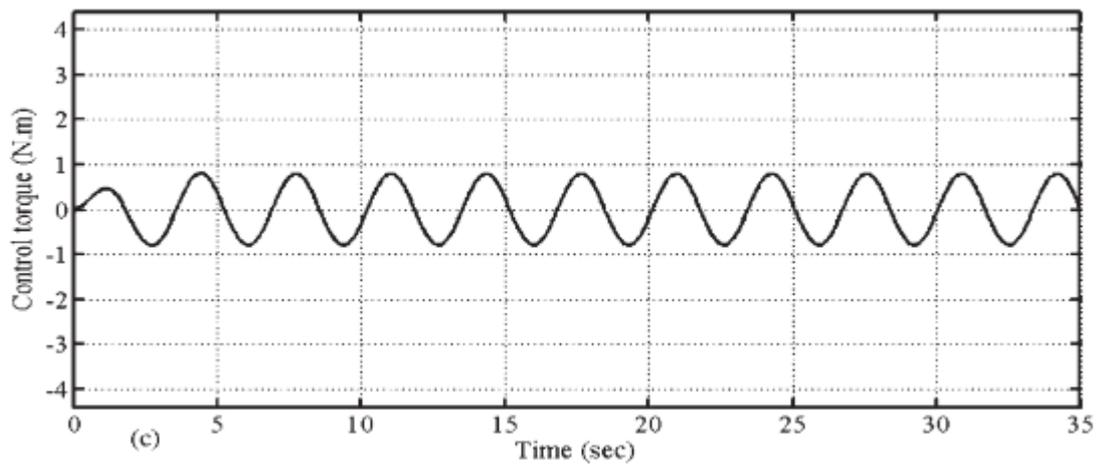
Sumber: Wang, et al. (2022), *Integrated stability control for a vehicle in the vehicle-to-grid system on low adhesion coefficient road*. *Frontiers in Energy Research*, p. 10.

2.10.3. Kontrol *Steering Angle* dengan *Sliding Mode Control with Neural Network*.

Penelitian yang dilakukan oleh Wang et al. pada tahun 2016. dilakukan kontrol steering angle dengan menggunakan *sliding mode control* (SMC) dengan bantuan *machine learning* metode *neural network*. Penelitian ini menggunakan kendaraan dengan bicycle model dengan 3 DOF dengan *steer by wire*. *Feedback value* pada penelitian ini adalah perubahan sudut kemudi ($\Delta\delta$) yang didapatkan.

Hasil dari penelitian adalah kontrol yang diajukan dapat mendekati referensi yang diinginkan dengan *error* yang sangat kecil. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 2.32. *tracking error* yang dihasilkan $\epsilon < \pm 0.05 \text{ rad}$. Angka ini merupakan angka yang sangat kecil jika dibandingkan dengan kontrol lainnya yang diuji pada penelitian ini. Pengembangan yang dapat dilakukan pada penelitian ini adalah meningkatkan model kendaraan serta DOF dari kendaraan, dikarenakan model yang digunakan masih *bicycle model* dengan 3 DOF. Hal ini membuat perbedaan yang cukup jauh dengan yang terjadi di lapangan.





Gambar 2.32. Performa kontrol yang diajukan (a) *Tracking performance*. (b) *Tracking error*. (c) *Control torque*

Sumber: Wang, et al. (2016), *Integrated torque vectoring and power management framework for electric vehicles*. Control Engineering Practice, p. 15.